

# Dimensionamento Baseado em Confiabilidade do Reforço com Compósito de Fibras de Carbono de Vigas Solicitadas à Torção

*Oswaldo Luiz de Carvalho Souza, M. Sc.<sup>1</sup>*

*Emil de Souza Sánchez Filho, D. Sc.<sup>2</sup>*

*Luiz Eloy Vaz, D. Sc.<sup>3</sup>*

## Resumo

Esse trabalho tem como objetivo obter o dimensionamento baseado em confiabilidade do reforço com compósito de fibra de carbono CFC de uma viga de concreto armado solicitada à torção. A viga, inicialmente sem reforço, tem o índice de confiabilidade avaliado para os diversos valores da razão de carga variável / carga total. Posteriormente, utilizando-se metodologia de projeto de reforço de CFC existente na literatura e a análise de confiabilidade, obtém-se a taxa de reforço transversal com compósito de fibras de carbono CFC de modo que o índice de confiabilidade do sistema (considerado como sistema em série) atinja um índice de confiabilidade alvo  $\beta = 3,8$  para todas as razões de carga adotadas. Esse procedimento de projeto é denominado projeto baseado em confiabilidade.

Quando se utiliza o método analítico FORM para se realizar a análise de confiabilidade, é possível obter os valores das variáveis aleatórias no ponto de projeto. Para a viga projetada para um índice de confiabilidade alvo, fatores parciais de segurança podem ser obtidos a partir dos valores das variáveis no ponto de projeto e de seus respectivos valores característicos. Esses fatores parciais de segurança, se usados em um dimensionamento pelo método semi-probabilístico, conduziriam a uma viga com índice de confiabilidade  $\beta = 3,8$ . Os fatores parciais de segurança obtidos mostram incompatibilidade com os fatores parciais de resistência e solicitações adotados pela NBR 6118 (2007).

**Palavras-chave:** índice de Confiabilidade; Probabilidade de Falha; Torção; Reforço.

## 1 Introdução

A NBR 6118 (2007) adota como filosofia de dimensionamento o método dos estados limites (E.L.). Esse método, também conhecido como semi-probabilístico, utiliza para o estado limite último E.L.U. os coeficientes parciais  $\gamma_f$ ,  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$ , que aplicados, respectivamente, aos valores característicos das ações  $F_k$ , resistência característica à compressão do concreto  $f_{ck}$  e tensão de escoamento característica do aço  $f_{yk}$ , os transformam em valores de cálculo  $F_d$ ,  $f_{cd}$  e  $f_{yd}$ .

Esses coeficientes contemplam a incerteza das variáveis envolvidas no dimensionamento, e possibilitam considerar de maneira simplificada o

comportamento real dos materiais, fornecendo assim um tratamento mais adequado da resposta estrutural e das ações.

A consideração da aleatoriedade da intensidade e distribuição das ações, das propriedades mecânicas e de outras incertezas envolvidas no dimensionamento das estruturas por meio dos coeficientes parciais de segurança, no método dos estados limites, confere às mesmas uma margem de segurança, que é retratada a partir de um índice de confiabilidade  $\beta$  ou probabilidade de falha  $P_f$ . Os valores desses coeficientes parciais de segurança são calibrados de forma a atender a um índice de confiabilidade alvo  $\beta_a$  intrínseco ao tipo da estrutura.

A teoria da confiabilidade das estruturas apresenta técnicas para cálculo da segurança estrutural

<sup>1</sup> Professor do DAU da UFRRJ e Doutorando da UFF.

<sup>2</sup> Professor do PPGEc da UFF.

<sup>3</sup> Professor do PPGEc da UFF.

a partir de métodos probabilísticos baseados na caracterização realista da resistência estrutural  $R$  e das solicitações  $S$ . Nessas técnicas as variáveis envolvidas são classificadas em dois tipos, variáveis aleatórias e determinísticas.

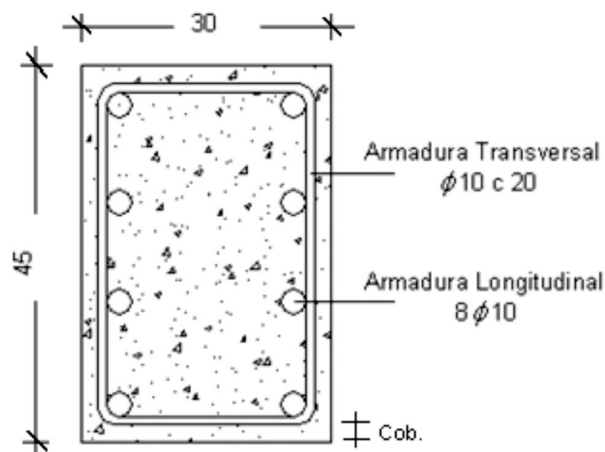
As variáveis aleatórias são caracterizadas a partir de valor esperado (média), medida de dispersão (desvio padrão ou coeficiente de variação), uma medida de correlação entre as variáveis aleatórias e uma função densidade de probabilidade FDP.

O dimensionamento baseado em confiabilidade considera individualmente as variáveis aleatórias de uma estrutura a partir da definição dos seus modelos probabilísticos, tendo como objetivo principal um índice de confiabilidade compatível com a consequência de falha da mesma.

## 2 Descrição da Análise

Este artigo avalia os resultados obtidos na análise de confiabilidade de uma viga de seção retangular maciça de concreto armado, inicialmente sem reforço e posteriormente reforçada transversalmente com compósito de fibras de carbono CFC, em conformidade com a metodologia de SILVA FILHO (2007), com o objetivo de alcançar um índice de confiabilidade pré-estabelecido.

A Figura 1 mostra as características geométricas da viga de concreto armado analisada.



**Figura 1** – Características geométricas da viga analisada.

Essa análise considera a viga solicitada por um momento de torção  $T$  de valor médio igual a 30 kNm, constituído por parcelas variáveis referentes às ações permanente e variável,  $T_g$  e  $T_q$ , respectivamente, definidas em função das razões de carga  $r_q$  variável adotadas, (Tabelas 2 e 3).

A análise constitui-se de duas etapas: inicialmente, ainda sem reforço, obtém-se os índices de confiabilidade do sistema em série e as respectivas probabilidades de falha dos mesmos para as várias razões de carga variável  $r_q$ , posteriormente é feito um dimensionamento baseado em análise de confiabilidade, das taxas geométricas de armadura transversal de reforço com CFC  $\rho_{ft}$ . Essas taxas, variáveis e crescentes em função das razões de carga variáveis, elevam os índices de confiabilidade a um valor intrínseco ao tipo de estrutura, que nesse trabalho é considerado  $\beta_a = 3,8$ .

Entre as variáveis inseridas na metodologia de reforço utilizada, são consideradas a aleatoriedade da resistência à compressão do concreto  $f_c$ , da tensão de escoamento do aço  $f_s$ , e das solicitações permanente  $T_g$  e variável  $T_q$ . As demais variáveis são consideradas determinísticas.

A Tabela 1 ilustra os modelos probabilísticos das variáveis envolvidas no dimensionamento cujas aleatórias foram consideradas na análise.

**Tabela 1** – Modelos probabilísticos das variáveis aleatórias.

| Variáveis Básicas                   | Média ( $\mu$ ) | Coef. Var. ( $\delta$ ) | FDP       |
|-------------------------------------|-----------------|-------------------------|-----------|
| Tensão Concreto (MPa) – $f_c$       | 31,6            | 0,11                    | Lognormal |
| Tensão Escoamento Aço (MPa) – $f_s$ | 560             | 0,0536                  | Lognormal |
| Solic. Perm. (kNm) – $T_g$          | Var.            | 0,10                    | Normal    |
| Solic. Varia. (kNm) – $T_q$         | Var.            | 0,25                    | Gumbel    |

Os valores das solicitações são variáveis em consequência das razões de carga variável  $r_q$  adotadas, e os seus valores característicos são considerados iguais aos seus valores médios, (Tabelas 2 e 3).

A análise ilustra que em decorrência da variação da parcela de carga variável  $r_q$ , ocorre a variação do nível de segurança da viga, e que os valores dos coeficientes parciais de segurança adotados pela NBR 6118 (2007) mostram-se inadequados à obtenção do índice de confiabilidade adotado nesse trabalho,  $\beta = 3,8$ .

O modelo teórico para dimensionamento do reforço adota o modelo da Treliça Espacial Generalizada e a metodologia do Eurocode 2, sendo a tensão efetiva de aderência CFC – concreto e o ângulo de inclinação das bielas flexo-comprimidas

considerados, respectivamente, a partir de CHEN e TENG (2003), e APRILE et al. (2004).

A partir do modelo teórico adotado definiu-se as funções de falha ou funções de estado, que determinam o limite de violação de um estado limite a partir de uma resistência  $R$  igual a uma solicitação  $S$ .

A equação de falha relativa à ruína da biela flexo-comprimida de concreto da viga sem reforço e com reforço é:

$$G_1 = 2 \left[ 0,7 \left( 0,7 - \frac{f_c}{20} \right) \right] f_c \left[ \frac{t A_k}{\frac{1}{\tan \theta} + \tan \theta} \right] - (T_g + T_q) \quad (1)$$

Para a equação de falha relativa ao escoamento da armadura longitudinal de aço tem-se:

$$G_2 = 2 A_k \tan \theta \frac{A_{sl} f_s}{u_k} - (T_g + T_q) \quad (2)$$

e para a equação de falha relativa ao escoamento da armadura transversal de aço segue-se.

$$G_3 = 2 A_k \frac{1}{\tan \theta} \frac{A_{st} f_s}{s} - (T_g + T_q) \quad (3)$$

O ângulo de inclinação da biela flexo-comprimida de concreto sem reforço é:

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{\frac{A_{st} f_s}{s}}{\frac{A_{sl} f_s}{u_k}}} \quad (4)$$

Para a equação de falha relativa ao escoamento da armadura longitudinal de aço e reforço longitudinal da viga com reforço tem-se:

$$G_4 = 2 A_k \tan \theta \frac{A_{sl} f_s}{u_k} + \frac{A_{fl}}{u} 2bh \left[ \frac{0,192 \sqrt{\frac{E_f}{t_f}} \sqrt{10 f_c}}{10} \right] \tan \theta - (T_g + T_q) \quad (5)$$

e para a equação de falha relativa ao escoamento da armadura transversal de aço e reforço transversal da viga com reforço segue-se.

$$G_5 = 2 A_k \frac{1}{\tan \theta} \frac{A_{st} f_s}{s} + \frac{\frac{A_{fl}}{s_f} 2bh \left[ \frac{0,192 \sqrt{\frac{E_f}{t_f}} \sqrt{10 f_c}}{10} \right]}{\tan \theta} - (T_g + T_q) \quad (6)$$

O ângulo de inclinação da biela flexo-comprimida de concreto com reforço é:

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{1 + \frac{I}{\frac{E_s A_{sl}}{9500(10 f_c + 8)^{\frac{1}{3}} t u_k} + \frac{E_f A_{fl}}{9500(10 f_c + 8)^{\frac{1}{3}} t u}}}{1 + \frac{I}{\frac{E_s A_{st}}{9500(10 f_c + 8)^{\frac{1}{3}} t s} + \frac{E_f A_{fl}}{9500(10 f_c + 8)^{\frac{1}{3}} t s_f}}} \quad (7)$$

onde

$A_{fl}$  – área reforço longitudinal de CFC;

$A_{ft}$  – área reforço transversal de CFC;

$A_k$  – área limitada pela linha média da parede efetiva;

$A_{st}$  – área da armadura transversal;

$A_{sl}$  – área da armadura longitudinal;

$b$  – largura da viga;

$E_f$  – módulo de elasticidade CFC na direção das fibras;

$E_s$  – módulo de elasticidade do aço;

$f_c$  – resistência média a compressão do concreto;

$f_s$  – resistência média de escoamento do aço;

$h$  – altura da viga;

$s$  – espaçamento da armadura transversal;

$s_f$  – espaçamento eixo a eixo dos estribos de CFC;

$t$  – espessura da parede efetiva;

$t_f$  – espessura do reforço de CFC;

$u$  – perímetro da seção transversal;

$u_k$  – perímetro da área  $A_k$ .

A análise é conduzida utilizando-se o método FORM, a partir desse obtém-se para as razões de carga variável adotadas: a) os índices de confiabilidade do sistema em série e as respectivas probabilidades de falha da viga sem reforço; b) as taxas geométricas de armadura transversal de reforço necessárias ao índice de referência adotado; c) os pontos de projeto; d) fatores de importância relativa das solicitações permanente e variável; e) os coeficientes parciais de segurança referentes à

resistência do concreto, tensão de escoamento do aço e solicitações permanente e variável.

A Figura 2 ilustra o desenvolvimento da análise.

### 3 Análise de Confiabilidade

A confiabilidade de uma estrutura consiste na avaliação da probabilidade de não ocorrência de falha da mesma ao desempenhar os objetivos para os quais foi dimensionada. Considerando-se a impossibilidade da inexistência de falha define-se a confiabilidade de uma estrutura como o complemento da probabilidade de falha da mesma é dado por:

$$C = 1 - P_f \quad (8)$$

A probabilidade de falha, em termos de análise de confiabilidade, é definida a partir de um valor mínimo de índice de confiabilidade de referência  $\beta_a$ . A definição do índice de referência está vinculada a fatores que ultrapassam o âmbito de atuação do engenheiro, tais como: fatores sociais, econômicos, políticos e outros.

O problema básico de confiabilidade estrutural é definido através de duas variáveis independentes  $R$  e  $S$ , que representam, respectivamente, uma resistência e uma solicitação.

Esse problema é resolvido por meio da definição da margem de segurança representada por uma variável  $Z$ , dada por:

$$Z = R - S \quad (9)$$

A violação do Estado Limite Último – ELU é representada a partir dos valores negativos de  $Z$ ,

caracterizada a partir de uma resistência  $R$  inferior a uma solicitação  $S$ .

Nesse caso, a probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = P(Z = R - S \leq 0) \quad (10)$$

Para uma situação particular, em que  $R$  e  $S$  são variáveis normais com médias  $\mu_R$  e  $\mu_S$  e variâncias  $\sigma_R^2$  e  $\sigma_S^2$ , a margem de segurança é representada por uma variável normal  $Z$ , com média  $\mu_Z$  e variância  $\sigma_Z^2$  obtidas por:

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \quad (11)$$

$$\sigma_Z^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \quad (12)$$

A Figura 3 ilustra a função densidade de probabilidade da margem de segurança, onde se encontram representados a probabilidade de falha  $p_f$  e o índice de confiabilidade  $\beta$  para esse problema.

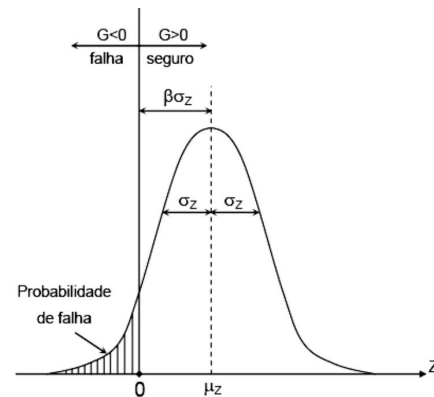


Figura 3 – Distribuição da margem de segurança; (MELCHERS (2002)).

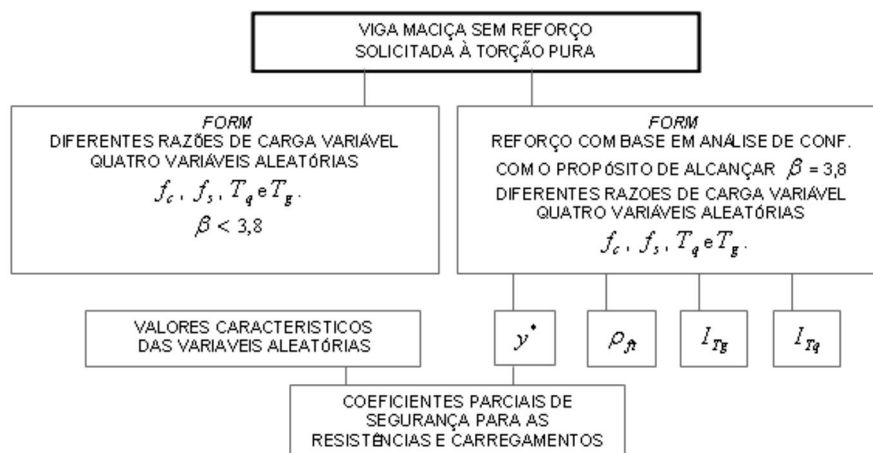


Figura 2 – Organograma da análise.

A partir da Figura 3 a variável normal  $Z$  pode ser escrita como:

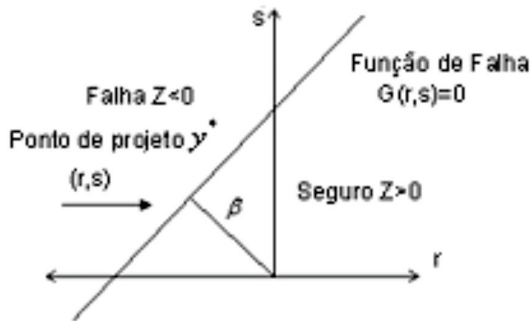
$$Z = \mu_Z - \beta \sigma_Z = 0 \quad (13)$$

Considerando-se que a falha se dá a partir de  $Z = 0$ , o índice de confiabilidade do problema básico  $\beta$  é obtido.

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad (14)$$

$$\beta = \frac{\mu_P - \mu_S}{\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_S^2}} \quad (15)$$

A Figura 4. ilustra graficamente o problema básico de confiabilidade no espaço das variáveis normais reduzidas não-correlacionadas. O ponto sobre a função de falha  $G(r,s) = 0$  mais próximo à origem no espaço reduzido é definido como ponto de projeto  $y^*$ . A distância de  $y^*$  a essa mesma origem é o valor do índice de confiabilidade  $\beta$  do modo de falha considerado.



**Figura 4** – Problema básico de confiabilidade no espaço reduzido  $r, s$ .

A segurança estrutural a partir da definição do índice de confiabilidade  $\beta$ , que é associado à probabilidade de falha é dada a partir da expressão abaixo.

$$p_f = P(Z = R - S \leq 0) = \Phi(-\beta) \quad (16)$$

A maioria dos casos em análise de confiabilidade apresenta diversas variáveis dependentes, não normais e funções de falha não lineares, tornando a obtenção do índice de confiabilidade complexa. Esse trabalho utiliza o método analítico FORM, cuja idéia original baseia-se no significado geométrico, no espaço reduzido, do índice de confiabilidade  $\beta$  do problema básico com variáveis normais independentes, ilustrado na Figura 4.

O problema geral de análise de confiabilidade parte da definição de uma função de falha  $G(X)$ , onde  $X$  representa o vetor das variáveis aleatórias que podem ter diferentes tipos de distribuição e serem correlacionadas. A falha se dá quando a função de falha  $G(X) \leq 0$ . A probabilidade de falha  $P_f$  associada à  $G(X) \leq 0$  pode ser obtida por:

$$P_f = P(G(X) \leq 0) = \int_{G(X) \leq 0} f(X) dX \quad (17)$$

onde  $f(X)$  é a função densidade de probabilidade multi-variável.

O cálculo do índice de confiabilidade do problema geral pode ser obtido com a solução do seguinte problema de programação matemática que fornece o ponto de projeto  $X^*$  e o valor de  $\beta$ .

$$\begin{aligned} \text{Min } \beta &= \|X\| \\ \text{s.t. } G(X) &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

O algoritmo mais utilizado para resolver o problema definido na equação 18 é o HLRF desenvolvido por HASOFER e LIND (1974) e RACKWITS e FIESSLER (1978). O algoritmo possibilita o cálculo do índice de confiabilidade  $\beta$  a partir da transformação das variáveis aleatórias  $X$  (espaço original), podendo essas ter distribuições quaisquer e serem dependentes entre si ou não, em variáveis normais equivalentes reduzidas não-correlacionadas  $y$  (espaço reduzido), e vice-versa, em cada iteração. Uma vez obtidos  $\beta$ ,  $X^*$  e seu valor correspondente no espaço reduzido,  $y^*$ , a probabilidade de falha  $P_f$  é calculada com o uso da expressão (16) o que representa uma aproximação, uma vez que esse valor corresponde à probabilidade de falha de uma função de falha linear que passa por  $y^*$  e é tangente à função de falha original nesse ponto.

Um estudo mais apurado sobre o método encontra-se em HALDAR e MAHADEVAN (2000).

## 4 Resultados

Inicialmente foram obtidos os índices de confiabilidade do sistema em série  $\beta_{sist}$  e as respectivas probabilidades de falha  $P_{fsist}$  da viga de concreto armada sem reforço, para as várias composições de carregamento, definidas a partir das razões de carga variável  $r_q$  adotadas.



A Tabela 2 mostra os resultados obtidos na análise de confiabilidade da viga sem reforço. Nessa observa-se o decréscimo do índice de confiabilidade  $\beta_{sist}$  e o acréscimo da probabilidade de falha  $P_{fsist}$  da mesma, em consequência de uma maior parcela de solicitação variável.

Os valores dos índices de confiabilidade obtidos para o sistema em série  $\beta_{sist}$  para a viga sem reforço mostraram-se inferiores ao índice de confiabilidade de referência adotado  $\beta_a = 3,8$ , ressaltando-se dessa forma a necessidade de aplicação de reforço.

Assim sendo, prosseguiu-se à segunda etapa da análise, na qual foi feito, para cada razão de carga variável  $r_q$ , dimensionamento da taxas geométricas de armadura transversal de reforço  $\rho_{ft}$ , com o objetivo de elevar o índice de confiabilidade da viga analisada até valor de referência adotado  $\beta = 3,8$ .

A Tabela 3 mostra os resultados obtidos na segunda etapa da análise, viga com reforço. Nessa são mostrados os valores variáveis das taxas geométricas de armadura transversal de reforço  $\rho_{ft}$ , assim como os índices de confiabilidade  $\beta_i$  para os modos de falha, e os índices de confiabilidade do sistema em

série  $\beta_{sist}$  com suas respectivas probabilidades de falha  $P_{fsist}$ , referentes às várias razões de carga variável  $r_q$  adotadas. Observa-se que os valores dos índices de confiabilidade e probabilidade de falha do sistema em série são, respectivamente, iguais a 3,8 e  $7,23 \times 10^{-5}$  para todas as razões de carga variável  $r_q$ , em consequência da taxa geométrica  $\rho_{ft}$  crescente de reforço de CFC, obtidas a partir do dimensionamento baseado em confiabilidade.

Na Figura 5 observa-se a variação do nível de segurança da viga a partir do reforço transversal variável, com compósito de fibra do carbono.

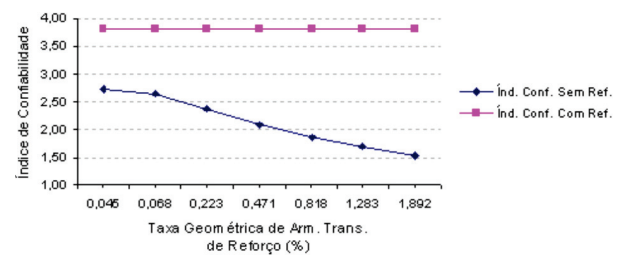
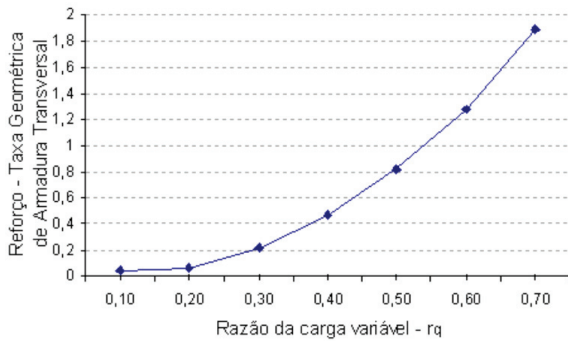


Figura 5 – Variação do nível de segurança da viga.

Tabela 2 – Resultados da análise da viga sem reforço.

| Funções de Falha | $G_i$ | $T_q$ (kNm) | $T_g$ (kNm) | $r_q = \frac{q}{q+g}$ | $\beta_{sist}$ | $P_{fsist}$           |
|------------------|-------|-------------|-------------|-----------------------|----------------|-----------------------|
| Biela            | G1    | 3           | 27          | 0,10                  | 2,73           | $3,13 \times 10^{-3}$ |
| A. Long.         | G2    |             |             |                       |                |                       |
| A. Tran.         | G3    |             |             |                       |                |                       |
| Biela            | G1    | 6           | 24          | 0,20                  | 2,65           | $4,04 \times 10^{-3}$ |
| A. Long.         | G2    |             |             |                       |                |                       |
| A. Tran.         | G3    |             |             |                       |                |                       |
| Biela            | G1    | 9           | 21          | 0,30                  | 2,37           | $8,98 \times 10^{-3}$ |
| A. Long.         | G2    |             |             |                       |                |                       |
| A. Tran.         | G3    |             |             |                       |                |                       |
| Biela            | G1    | 12          | 18          | 0,40                  | 2,09           | $1,82 \times 10^{-2}$ |
| A. Long.         | G2    |             |             |                       |                |                       |
| A. Tran.         | G3    |             |             |                       |                |                       |
| Biela            | G1    | 15          | 15          | 0,50                  | 1,87           | $3,09 \times 10^{-2}$ |
| A. Long.         | G2    |             |             |                       |                |                       |
| A. Tran.         | G3    |             |             |                       |                |                       |
| Biela            | G1    | 18          | 12          | 0,60                  | 1,69           | $4,60 \times 10^{-2}$ |
| A. Long.         | G2    |             |             |                       |                |                       |
| A. Tran.         | G3    |             |             |                       |                |                       |
| Biela            | G1    | 21          | 9           | 0,70                  | 1,54           | $6,24 \times 10^{-2}$ |
| A. Long.         | G2    |             |             |                       |                |                       |
| A. Tran.         | G3    |             |             |                       |                |                       |

A Figura 6 ilustra a variação da taxa geométrica de reforço versus razão de carga variável.



**Figura 6** – Variação da taxa geométrica de reforço versus razão de carga variável.

A partir da análise realizada pelo método analítico FORM foi possível obter as coordenadas do ponto mais próximo entre a superfície de falha  $G(y) = 0$  e a origem no espaço das variáveis reduzidas, o ponto de projeto  $y^*$ .

As coordenadas mostram-se variáveis para cada razão de carga  $r_q$ . A partir dessas foi possível

a definição dos fatores parciais de segurança das variáveis aleatórias envolvidas na análise, fatores esses que, aplicados em um dimensionamento semi-probabilísticos levariam a viga a um nível de segurança, definido a partir do índice de confiabilidade  $\beta = 3,8$ , não obstante à variação da parcela de carga variável adotada.

A Tabela 4 mostra os resultados para os modos de falha  $G_i$ , definidor da taxa geométrica de armadura transversal de reforço  $\rho_{ft}$ , e as coordenadas do ponto de projeto  $y^*$  obtidas para todas as razões de carga variável  $r_q$ .

A partir dos valores mostrados na Tabela 4 conclui-se que os valores de projeto das resistências,  $f_c^*$  e  $f_t^*$ , e os valores de projeto das solicitações,  $T_g^*$  e  $T_q^*$ , apresentam-se diferentes em relação aos valores característicos dos mesmos.

A Tabela 5 mostra os fatores de importância relativa das solicitações permanentes e variável, assim como os fatores parciais de segurança para as resistências e solicitações, obtidos a partir dos valores característicos e de projeto (Tabela 4) dos mesmos.

**Tabela 3** – Resultados de análise da viga com reforço.

| Funções de Falha $GU_i$ |        | $T_q$ (kNm) | $T_g$ (kNm) | $r_q = \frac{q}{q+g}$ | $\rho_{ft}$ % | $\beta_i$ | $\beta_{sist}$ | $P_{fsist}$ |
|-------------------------|--------|-------------|-------------|-----------------------|---------------|-----------|----------------|-------------|
| Biela                   | $GU_1$ |             |             |                       |               | 7,67      |                |             |
| A. Long.                | $GU_4$ | 3           | 27          | 0,10                  | 0,045         | 3,98      | 3,80           | 7,23x10-5   |
| A. Tran.                | $GU_5$ |             |             |                       |               | 3,81      |                |             |
| Biela                   | $GU_1$ |             |             |                       |               | 7,08      |                |             |
| A. Long.                | $GU_4$ | 6           | 24          | 0,20                  | 0,068         | 3,80      | 3,80           | 7,23x10-5   |
| A. Tran.                | $GU_5$ |             |             |                       |               | 4,06      |                |             |
| Biela                   | $GU_1$ |             |             |                       |               | 6,19      |                |             |
| A. Long.                | $GU_4$ | 9           | 21          | 0,30                  | 0,223         | 3,80      | 3,80           | 7,23x10-5   |
| A. Tran.                | $GU_5$ |             |             |                       |               | 5,11      |                |             |
| Biela                   | $GU_1$ |             |             |                       |               | 5,49      |                |             |
| A. Long.                | $GU_4$ | 12          | 18          | 0,40                  | 0,471         | 3,80      | 3,80           | 7,23x10-5   |
| A. Tran.                | $GU_5$ |             |             |                       |               | 4,88      |                |             |
| Biela                   | $GU_1$ |             |             |                       |               | 4,92      |                |             |
| A. Long.                | $GU_4$ | 15          | 15          | 0,50                  | 0,818         | 3,80      | 3,80           | 7,23x10-5   |
| A. Tran.                | $GU_5$ |             |             |                       |               | 4,94      |                |             |
| Biela                   | $GU_1$ |             |             |                       |               | 4,44      |                |             |
| A. Long.                | $GU_4$ | 18          | 12          | 0,60                  | 1,283         | 3,80      | 3,80           | 7,23x10-5   |
| A. Tran.                | $GU_5$ |             |             |                       |               | 4,69      |                |             |
| Biela                   | $GU_1$ |             |             |                       |               | 4,02      |                |             |
| A. Long.                | $GU_4$ | 21          | 9           | 0,70                  | 1,892         | 3,80      | 3,80           | 7,23x10-5   |
| A. Tran.                | $GU_5$ |             |             |                       |               | 4,39      |                |             |

**Tabela 4** – Coordenadas do ponto de projeto  $y^*$ .

| Funções de Falha<br>$GU_i$ | $r_q$ | $\beta_i$ | $f_s^*$<br>(kN/cm <sup>2</sup> ) | $f_c^*$<br>(kN/cm <sup>2</sup> ) | $T_g^*$<br>(kNm) | $T_q^*$<br>(kNm) |
|----------------------------|-------|-----------|----------------------------------|----------------------------------|------------------|------------------|
| A. Tran. G5                | 0,10  | 3,81      | 50,45                            | 3,03                             | 35,27            | 3,84             |
| A. Long. G4                | 0,20  | 3,80      | 50,86                            | 3,13                             | 28,69            | 12,07            |
| A. Long. G4                | 0,30  | 3,80      | 52,16                            | 3,13                             | 23,37            | 21,93            |
| A. Long. G4                | 0,40  | 3,80      | 52,78                            | 3,13                             | 19,29            | 30,89            |
| A. Long. G4                | 0,50  | 3,80      | 53,15                            | 3,13                             | 15,72            | 39,48            |
| A. Long. G4                | 0,60  | 3,80      | 53,39                            | 3,13                             | 12,38            | 49,90            |
| A. Long. G4                | 0,70  | 3,80      | 53,56                            | 3,13                             | 9,18             | 56,23            |

**Tabela 5** – Fatores parciais de segurança.

| $r_q$ | $\gamma_s = \frac{f_{yk}}{f_s^*}$ | $\gamma_c = \frac{f_{ck}}{f_c^*}$ | $\gamma_g = \frac{T_g^*}{T_g}$ | Fator de Import.<br>$I_{Tg}$ | $\gamma_q = \frac{T_q^*}{T_q}$ | Fator de Import.<br>$I_{Tq}$ |
|-------|-----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| 0,10  | 0,99                              | 0,82                              | 1,31                           | 0,649                        | 1,28                           | 0,092                        |
| 0,20  | 0,98                              | 0,80                              | 1,20                           | 0,265                        | 2,01                           | 0,519                        |
| 0,30  | 0,96                              | 0,80                              | 1,11                           | 0,088                        | 2,44                           | 0,795                        |
| 0,40  | 0,95                              | 0,80                              | 1,07                           | 0,036                        | 2,57                           | 0,884                        |
| 0,50  | 0,94                              | 0,80                              | 1,05                           | 0,016                        | 2,63                           | 0,922                        |
| 0,60  | 0,94                              | 0,80                              | 1,03                           | 0,007                        | 2,66                           | 0,941                        |
| 0,70  | 0,93                              | 0,80                              | 1,02                           | 0,003                        | 2,68                           | 0,952                        |

## 5 Considerações Finais

A partir dos resultados apresentados na Tabela 2 e 3 verifica-se que com o aumento da parcela da carga variável, não obstante ao valor constante do carregamento total, ocorre o decréscimo no nível de segurança da viga não reforçada, e que a taxa geométrica de armadura transversal de reforço, obtida a partir do dimensionamento ótimo, necessária a elevação da segurança da mesma a um nível desejado  $\beta = 3,8$ , é variável e crescente. Esse fato é justificado em função do elevado valor do coeficiente de variação  $\delta$  da solicitação variável e da função densidade de probabilidade que a representa.

Os valores da Tabela 5 mostram que a resistência de projeto do aço  $f_s^*$  e do concreto  $f_c^*$  são maiores que os seus respectivos valores característicos,  $f_{yk}$  e  $f_{ck}$ , aproximadamente 5% para o aço e 20% para o concreto. Os valores de projeto para as ações permanentes  $T_g^*$  mostram-se maiores que os seus valores característicos  $T_g$ , sendo esses mais próximos para maiores razões de carga variáveis  $r_q$ . Ainda com relação às ações permanentes verifica-se que independente das razões  $r_q$  os valores obtidos

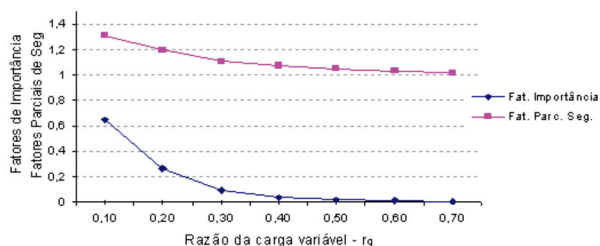
para os fatores parciais de segurança são menores que o estabelecido na NBR 8681 (2003). As ações variáveis apresentam-se com valores de projeto  $T_q^*$  bastante elevados em relação aos seus valores característicos  $T_q$ , superando, exceto para a razão  $r_q$  0,10, o valor estabelecido na NBR 8681 (2003).

Outrossim, observa-se que a variação nos coeficientes parciais de segurança das solicitações variam em função dos valores dos seus fatores de importância relativa.

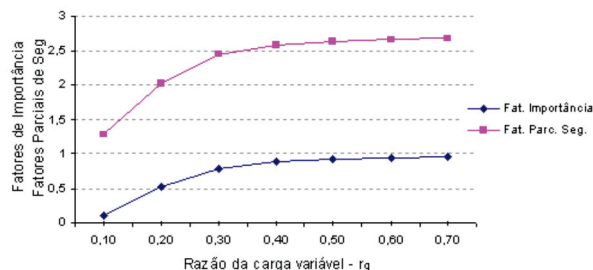
As Figuras 7 e 8 ilustram, respectivamente, a variação dos valores obtidos para os fatores parciais de segurança e os fatores de importância versus razão de carga variável  $r_q$  para as solicitações permanentes e variáveis.

Conclui-se dessa forma que, para o estudo realizado, os valores dos coeficientes parciais de segurança, adotados pela NBR 6118 (2007) no dimensionamento semi-probabilístico, 1,15 e 1,4 para obtenção dos valores de cálculo da tensão de escoamento do aço e resistência à compressão do concreto, respectivamente, e 1,4 para majoração das ações permanentes e variáveis normais, são incompatíveis com os índices obtidos a partir do dimensionamento ótimo (Tabela 5).





**Figura 7** – Fatores parciais de segurança  $\gamma_g$  e de importância das solicitações permanentes  $I_{Tg}$  versus razão de carga variável  $r_q$ .



**Figura 8** – Fatores parciais de segurança e de importância das solicitações variáveis  $I_{Tq}$  versus razão de carga variável  $r_q$ .

## Abstract

This paper aims to obtain a reliability-based design for the reinforcement with carbon fiber composite CFC of a reinforced concrete beam under torsion. Initially, the reliability index for each variable load / total load ratio is evaluated for the beam without reinforcement. Then, using the methodology of CFC reinforcement design in the existing literature and reliability analysis, the rate of transverse reinforcement with carbon fiber composite CFC is calculated so that the system reliability index of the beam reaches the target reliability index  $\beta = 3,8$  for all ratios of variable load adopted. This procedure is called reliability-based design.

When using the analytical method FORM to perform the reliability analysis, it is possible to obtain the values of the random variables at the project point. For the beam designed for a target reliability index, partial safety factors may be obtained from the values of the variables at the project point and their respective characteristic values. These partial safety factors would provide the level of safety predefined in this study,  $\beta = 3,8$ , if they were used in a semi-probabilistic design. The partial safety factors obtained here, show incompatibility with the partial resistance and loads factors adopted by the NBR 6118 (2007).

**Keywords:** Index of Reliability; Probability of Failure); Torsion; Reinforcement.

## 6 Referências Bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de Estrutura de Concreto – Procedimentos**: NBR 6118. Rio de Janeiro, Brasil, 2007.

\_\_\_\_\_. **Ações e Seguranças nas Estruturas – Procedimento**: NBR 8681. Rio de Janeiro, Brasil, 2003.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). Eurocode: **Basis of structural Design** – EN 1990, Brussels, 2001.

HALDAR, A; MAHADEVAN, S. **Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis**. John Wiley & Sons. 2000.

\_\_\_\_\_. **Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design**. John Wiley & Sons. 2000.

HASOFER, A. M.; Lind, N. C., **Exact and Invariant Second Moment Code Format**, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 100, No EM1, pp. 111-121, 1974.

HART, G. C. **Uncertainty Analysis, Loads, and Safety in Structural Engineering**. Prentice – Hall, New Jersey, 1982.

JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY. JCSS: **Probabilistic Model Code**. 2001.

LOPES, M. T. A. **Análise de Confiabilidade de Estruturas Aplicada ao Projeto de Reforço à Força Cortante de Vigas em Concreto Armado com Compósito de Fibras de Carbono**. Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 2007.

MELCHERS, R. E. **Structural Reliability Analysis and Prediction**. New York, John Wiley & Sons. 2002.

NOGUEIRA, H. A. T. **Avaliação da Confiabilidade de Pilares Curtos em Concreto Armado Projetados Segundo a NBR 6118:2003**. Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia Universidade Federal Minas Gerais. 2006.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B., **Structural Reliability under Random Load Sequences**, Computers and Structures, vol. 9, No 5, pp. 484-494, 1978.

SAGRILO, L. V. S. **Análise de Confiabilidade Estrutural Utilizando os Métodos Analíticos FORM e SORM**. Tese de doutorado, COPPE/UFRJ. 1994.

SILVA FILHO, J. J. H. **Reforço à Torção de Vigas de Concreto Armado com Compósito de Fibras de Carbono**. Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 2007.