

Algoritmo Meta-Heurístico de Vaga-Lume para a Otimização Estrutural em Tamanho e Forma com Restrições de Frequências Naturais

*Herbert M. Gomes¹
Eduardo R. Rodrigues¹*

Resumo

Neste trabalho, uma otimização estrutural de massa, forma e tamanho é realizada tendo em conta as restrições dinâmicas. Redução de massa enfrenta especialmente conflitos com as restrições de frequência quando elas são limitadas inferiormente uma vez que os modos de vibração podem alternar facilmente devido à modificações na forma. É investigado o uso de um Algoritmo Metaheurístico de Vaga-lume FMA (Firefly Methaheuristic Algorithm) como uma ferramenta de otimização. Uma característica importante do algoritmo é baseada no fato de que ele não é dependente do gradiente da função a ser otimizada, mas apenas baseado em avaliações simples da função de custo a ser otimizada. Isto é de grande importância quando se trata de problemas altamente não-lineares de otimização dinâmica com restrições diversas evitando maus comportamentos numéricos devidos à má avaliação do gradiente ou de mínimos locais. O algoritmo é brevemente revisto, destacando suas características mais importantes. Algumas novas implementações são realizadas no algoritmo baseado em relatos da literatura, a fim de melhorar o desempenho do algoritmo. São apresentados vários exemplos sobre a otimização de forma e tamanho com restrições de frequência de treliças complexas que são amplamente relatadas na literatura como exemplos de referência resolvidos por várias outras Metaheurísticas ou algoritmos determinísticos tradicionais. Os resultados mostram que o algoritmo comporta-se semelhante aos métodos metaheurísticos existentes e pior em outros casos, quando comparado com os tradicionais métodos baseados em gradiente.

Palavras-chave: algoritmo Vaga-Lume, otimização paramétrica de dimensão e forma, restrições dinâmicas, algoritmos heurísticos.

1 Introdução

A otimização sempre esteve presente no dia-a-dia do homem desde os tempos antigos. A fim de lidar com restrições de alimento e abrigo, a humanidade teve que desenvolver soluções que lidar com as limitações fonte e falta de conhecimento dos problemas. Muitas dessas soluções foram inicialmente baseadas em observações da natureza. Aos poucos, o conhecimento foi avançando com base nessas observações da natureza e da experiência passada em erros e acertos. Todas as soluções encontradas para resolver esses problemas estão, na verdade sendo colocadas ainda à prova hoje em dia e, eventualmente, podem ser suplantada por outras melhores.

Nos últimos dois séculos houve um grande desenvolvimento de algoritmos que visam otimizar

problemas com base em cálculo diferencial. Métodos como descida íngreme por gradiente, SIMPLEX, BFGS, Programação Sequencial Linear e Quadrática, por exemplo, são amplamente utilizados para resolver uma variedade de problemas de engenharia. A ideia básica compartilhada por esses métodos é que o gradiente da função a ser otimizada tem informações importantes para encontrar rapidamente e melhor solução para um problema específico. No entanto, quando se tratar de problemas altamente não-lineares, não-convexos, não-diferenciáveis, não suaves (que são o oposto das condições necessárias para a aplicabilidade dos métodos), esses métodos apresentaram algumas dificuldades de convergência, por vezes, ficando presos em ótimos locais. Alguns dos problemas desafiadores da engenharia na vida real, na verdade, podem apresentar tal comportamento.

1 Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, R. Sarmento Leite, 425, sala 202, 2º. Andar, 90050-170, Porto Alegre, RS, Brasil, herbert@mecanica.ufrgs.br, <http://www.mecanica.ufrgs.br/promec/>

Atualmente, um conjunto de algoritmos baseados no comportamento natural dos enxames, colônias de formigas, abelhas, besouros e pássaros surgiu como alternativa para superar as dificuldades apresentadas por métodos tradicionais em alguns desses problemas de otimização. Todos eles compartilham a ideia de usar algum comportamento social apresentada por espécies para resolver problemas referentes a sobrevivência na natureza e são colocados, de alguma forma e com devidas simplificações, como códigos matemáticos para resolver problemas de engenharia usando algumas regras heurísticas. A vantagem de tais métodos reside no fato de que não precisam de informações sobre gradientes da função a ser otimizada, possuem certo grau de aleatoriedade na procura das soluções e alguns deles podem facilmente tirar proveito do processamento paralelo para resolver problemas difíceis rapidamente.

Assim, neste trabalho, uma otimização de massa estrutural na forma e tamanho é realizada tendo em conta as limitações dinâmicas estruturais. Neste tipo de problema de redução de massa, especialmente conflita com restrições de frequências quando estas são limitadas inferiormente e assim os modos de vibração podem alternar facilmente devido à modificações de forma durante a otimização estrutural. Aqui é investigado o uso de um Algoritmo Meta-Heurístico de Vagalume (FMA) como um mecanismo de otimização. Uma característica importante do algoritmo é baseada no fato de que é fundamentado em gradientes, mas apenas com base em avaliações simples da função a ser otimizada. Isto é especialmente importante quando se trata de problemas altamente não-lineares de restrições dinâmicas evitando mal comportamentos numéricos, devido à má avaliação do gradiente ou presença de ótimos locais. O algoritmo é brevemente revisto, destacando suas características mais importantes. Algumas novas implementações são realizadas no algoritmo baseado em relatos da literatura, a fim de melhorar o desempenho do algoritmo. São apresentados vários exemplos sobre a otimização de forma e tamanho com restrições de frequência de treliças complexas que são amplamente relatados na literatura como exemplos de referência. Os resultados mostram que o algoritmo comporta-se semelhante a outros métodos meta-heurísticos e melhor em outros casos, quando comparado com os tradicionais métodos baseados em gradiente.

2 O Algoritmo Meta-Heurístico de Vaga-Lumes

O algoritmo foi inicialmente proposto por Yang (2007) na Universidade de Cambridge em sua

tese de PhD (Yang, 2010b). É baseado na observação da luz de vaga-lumes piscando. De acordo com Day (2010), existem cerca de mil espécies de vaga-lume e a maioria deles produz flashes curtos e rítmicos. Deve ser enfatizado que os vaga-lumes são besouros da família dos *Coleoptera* e *Lampyridae*. Eles são capazes de produzir uma luz fria graças à órgãos fotogênicos situados muito perto da superfície do corpo atrás de uma de carapaça de queratina do exoesqueleto que é translúcido. Esse fenômeno é chamado de bioluminescência. A fase larval dos vaga-lumes (pirilampos) apresenta também o fenômeno da bioluminescência. A maioria dos vaga-lumes e pirilampos tem esses órgãos em pelo menos ou em ambos os sexos. De acordo com Day (2010), uma definição generalizada de bioluminescência frequentemente citada é a produção e emissão de luz por um organismo vivo. Mas isto é uma simplificação excessiva e existem muitos termos, tais como fluorescência, fosforescência, luminescência quimioluminescência e, mais recentemente biofluorescência que ampliou a confusão. Para evitar confusão, tem-se generalizado sobre a descrição geral para definir a bioluminescência como: “a produção direta de luz a partir de uma reação química que ocorre dentro de um organismo vivo”. Isso exclui o grupo de organismos vivos que produzem e emitem luz com uma proteína fluorescente, como a água-viva *Aequorea victoria*. De acordo com a Wikipédia (2010), essas proteínas apresentam fluorescência verde brilhante quando exposta à luz azul e não são, portanto, um componente de uma enzima que catalise uma reação luminescente. Day (2010) declarou que, diferentemente, no caso de bioluminescência, a enzima luciferase age sobre a luciferina, na presença de íons de magnésio, ATP e oxigênio para produzir luz.

Lukasik e Zak (2008) afirmaram que os sinais bioluminescentes são conhecidos por servirem como elementos de rituais de acasalamento, métodos para a atração de presas, orientação social ou como um sinal de alerta para presença de predadores (no caso de vaga-lume formas imaturas comumente referido como pirilampos). O fenômeno do brilho de vaga-lumes é uma área de pesquisa contínua considerando tanto seus aspectos bioquímicos quanto social. O Algoritmo Metaheurístico de Vaga-Lume desenvolvido recentemente por Yang (2007) na Universidade de Cambridge segue esta abordagem. O piscar rítmico, a taxa de deste piscar e a quantidade de tempo que permanecem assim, fazem parte do sistema que traz ambos os sexos juntos. Fêmeas respondem a um padrão único de piscar de macho da mesma espécie. Alguns vaga-lumes dos trópicos podem até sincronizar os seus flashes, formando assim comportamentos biológicos auto-organizados.

Uma vez que a intensidade da luz decai com o quadrado da distância, os vaga-lumes têm visão limitada para outros vaga-lumes. Isto desempenha um papel importante na comunicação dos vaga-lumes e na atratividade, o que pode ser prejudicada pela distância. A luz intermitente pode ser formulada de tal forma que é associada a uma função objetivo a ser otimizada, o que torna possível a formulação de novos algoritmos de otimização.

No desenvolvimento do algoritmo algumas simplificações são assumidas a fim de desenvolver os algoritmos inspirados nos vaga-lumes. Estas simplificações podem ser resumidas como: a) presume-se que todos os vaga-lumes têm um único sexo pelo que eles serão atraídos um pelo outro, independentemente do seu sexo; b) a capacidade de atração é proporcional do seu brilho e diminui com o aumento da distância entre eles; c) no caso de não existência de nenhum vaga-lume mais brilhante que outros, os vaga-lumes irão de mover aleatoriamente. O brilho de um vaga-lume é afetado por sua aptidão (valor da função objetivo). Em um problema de maximização, o brilho é proporcional à função objetivo. A Figura 1 mostra o pseudo-código do algoritmo meta-heurístico de vaga-lume em sua forma mais simples.

2.1 Atratividade e Intensidade Luminosa

De acordo com Yang (2010b), no algoritmo de vaga-lume, há duas questões importantes: a) a variação de intensidade de luz e b) a formulação da atratividade. Para simplificar, pode-se sempre assumir que a atratividade de um vaga-lume é determinada pelo seu brilho que por sua vez está associado com a função objetivo codificada $f(i x)$. No caso mais simples para problemas de maximização, o brilho I de um vaga-lume i numa posição particular $i x = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$ pode ser escolhido como $I(i x) \propto f(i x)$. Entretanto, a atratividade β é relativa, e deve ser vista pelos “olhos” de quem vê ou julgada pelo outros vaga-lumes. Assim, ela irá variar de acordo com a distância r_{ij} entre os vaga-lumes i e j . Além disso, a intensidade da luz diminui com a distância de sua fonte, e a luz também é absorvida pelo meio, de modo a permitir que a atratividade varie com o grau de absorção do meio γ . Na forma mais simples, a intensidade da luz $I(r_{ij})$ varia de acordo com a lei do inverso do:

$$I(r_{ij}) = I_s / r_{ij}^2 \quad (1)$$

onde I_s é a intensidade na fonte. Para um dado meio com um coeficiente de absorção fixo γ , a intensidade

da luz I varia com a distância r_{ij} da seguinte forma:

$$I(r_{ij}) = I_0 \exp(-\gamma r_{ij}^2) \quad (2)$$

onde I_0 é a intensidade luminosa original.

Como a atratividade do vaga-lume é proporcional à intensidade da luz vista por vaga-lumes adjacentes, pode-se definir a atratividade β de um vaga-lume como (Equação 3):

$$\beta(r_{ij}) = \beta_0 \exp(-\gamma r_{ij}^m) \quad (3)$$

onde β_0 é a atratividade em $r_{ij} = 0$. A expressão (3) define a distância característica $\Gamma = 1/\gamma^{1/m}$ sobre a qual a atratividade muda significativamente de β_0 para $\beta_0 e^{-1}$. Na implementação atual, a função de atratividade $\beta(r_{ij})$ pode ser uma função monotonicamente decrescente como, por exemplo, $\beta(r_{ij}) = \beta_0 \exp(-\gamma r_{ij}^m)$. Para um valor fixo de Γ , do comprimento característico torna-se $\Gamma = \gamma^{-1} \rightarrow 1$ quando $m \rightarrow \infty$. Alternativamente, para uma dada escala característica de comprimento Γ num problema de otimização, o parâmetro γ é usado com um valor típico inicial de $\gamma = 1/\Gamma^m$.

O movimento do vaga-lume i que é atraído por outro vaga-lume j mais atrativo (mais brilhante) é determinado por:

$${}^i x = {}^i x + \beta_0 \exp(-\gamma r_{ij}^2) ({}^i x - {}^j x) + {}^j u \quad (4)$$

onde o segundo termo é devido à atração. O terceiro termo ${}^j u$ é um vetor de aleatorização construído de uma distribuição uniforme e obtido através num intervalo aumentado ($\alpha > 1$) dos valores máximos e mínimos das variáveis de projeto dos vaga-lumes i e j . Para a maioria das implementações, pode-se tomar $\beta_0 = 1$ e ${}^i u = \text{random}(\alpha \min({}^i x = {}^j x), \alpha \max({}^i x = {}^j x))$. Vale a pena ressaltar que a Equação 4 é um passeio aleatório (*random walk*) tendenciado em direção aos vaga-lumes mais brilhantes. Se $\beta_0 = 0$, a equação torna-se um simples passeio aleatório (*random walk*). O parâmetro γ agora caracteriza a variação da atratividade, e esse valor é crucialmente importante na determinação da velocidade de convergência e como o Algoritmo se comporta. $\gamma \in [0, \infty)$, mas para a maioria das aplicações, em função dos valores de Γ do sistema a ser otimizado, esse valor situa-se entre 0.1 e 10.

```

Função Objetivo  $f(x)$ , com  $x = (x_1, x_1, \dots, x_d)^T$ 
 $d = \text{no. de variáveis de projeto}$ 

Gere população inicial de vaga-lumes aleatoriamente
 $^i x$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$   $n = \text{no. de vaga-lumes}$ 

Intensidade Luminosa  $I$  em  $^i x$  é determinada por  $f(^i x)$ 
Defina o coeficiente de absorção  $\gamma$ 
Enquanto  $t < \text{número máximo de gerações}$  ou certo
critério de convergência não foi atingido
  Para  $i=1$  a  $n$ 
    Para  $j=1$  ao  $n$ 
      Se  $(I_i < I_j)$ , mova  $i$  em direção a  $j$ 
      Calcule a distância  $r_{ij} = \| ^i x - ^j x \|$ 
      Calcule  $\beta = \beta_0 \exp(-\gamma r_{ij})$ 
      Gere vetor de números aleatórios
       $^i u = \text{random}(\alpha \min(^i x = ^j x), \alpha \max(^i x = ^j x))$ 
      Atualize as variáveis de projeto  $^i x = ^i x + \beta_0$ 
       $\exp(-\gamma r_{ij}^2) (^i x - ^j x) + ^j u$ 
    Fim Laço  $j$ 
  Fim laço  $i$ 
  Classifique os vaga-lumes e encontre o melhor
  deles
Fim do Enquanto
Processe os resultados

```

Figura 1 – Pseudo-código para o Algoritmo Meta-heurístico de Vaga-lume (Adaptado de Lukasik e Zak (2009), e Yang (2010b)).

3 Breve Revisão Bibliográfica

O uso do comportamento de vaga-lumes como uma ferramenta de otimização foi inicialmente proposto por Yang (2007) quando concebeu o algoritmo. Novos pesquisadores usaram o algoritmo básico e desde lá algumas melhorias foram propostas a fim de comparar o método com outros algoritmos meta-heurísticos. Existem poucos livros que tratam desse tema como, por exemplo, os de Yang (2008) e Yang (2010b).

A maioria dos trabalhos que usam o algoritmo fazem a validação e as comparações contra outras meta-heurísticas, tais como otimização por enxame de partículas (PSO). A maioria dos problemas são suítes de funções de referência propostas por De Jung de teste usados para validar algoritmos de otimização.

Krishnanand e Ghose (2009b) aplicaram o algoritmo de otimização por enxame de pirilampus

(Glow-worm swarm optimization GSO, uma variante do algoritmo de otimização de vaga-lume) para otimização multi-modal de funções. Nesse artigo, as bem conhecidas funções “*Ji*” são usadas para comparar o desempenho do algoritmo Glowworm com um algoritmo de enxame de partículas para otimização. A implementação dos algoritmos vislumbrava o uso dos mesmos numa implementação robótica. O documento conclui que o GSO poderia encontrar múltiplos ótimos de funções multimodais e com desempenho semelhante ao de Enxame de Partículas. Da mesma forma Yang, (2009 e 2010a) conclui que o FMA poderia realizar otimizações não lineares usando as funções de teste com singularidades e componentes estocásticas e que pode ser potencialmente mais poderoso do que outros algoritmos existentes, tais como PSO. Adverte que a análise de convergência ainda exige um embasamento teórico.

Mais recentemente Chai-ead *et al.* (2011) aplicaram o algoritmo de colônia de abelhas e Vaga-Lumes para problemas não-lineares e ruidosos de otimização. Realizaram testes experimentais numéricos que foram analisados em termos de melhores soluções encontradas, média, desvio padrão e o tempo de execução para convergência para o ótimo. O algoritmo de Vaga-lume parece funcionar melhor quando os níveis de ruído aumentam. O algoritmo de colônia de abelhas fornece os melhores níveis de tempo de computação e da velocidade de convergência. Concluíram que o algoritmo de Vaga-lume era mais adequado para explorar um espaço de busca, melhorando a experiência dos indivíduos e, simultaneamente, a obtenção de uma população de soluções locais ideais.

Sayadia *et al.* (2010) aplicaram com sucesso o FMA (Firefly MethaHeuristic Algorithm) para a minimização de problemas de programação de *flow shop*. O problema de programação *flow shop* é formulado como uma programação inteira mista e é classificado como um problema de otimização difícil, e, portanto, uma solução direta não está disponível. Abordagens Meta-heurísticas precisam ser usadas para encontrar as soluções próximas ao ótimo. Os resultados da aplicação do método proposto foram comparadas com outras técnicas existentes de otimização de colônia de formigas. Os resultados indicaram que o novo método proposto teve melhor desempenho que o de colônia de formigas para alguns problemas benchmark bem conhecidos.

Apostolopoulos e Vlachos (2011) aplicaram o algoritmo de vaga-lume para resolver o problema de despacho econômico de emissões. Em seu estudo, o algoritmo é usado para minimizar o custo de combustível e emissão de unidades geradoras de energia. A formulação geral desse algoritmo é apresentada junto com uma modelagem analítica matemática

para resolver esse problema por uma função objetivo equivalente única. Os resultados são comparados com aqueles obtidos por técnicas alternativas e é mostrado que o método é capaz de produzir boas soluções ótimas com a seleção adequada de parâmetros de controle.

Na verdade, Krishnanand e Ghose (2008a, 2008b, 2009a, 2009b, 2009c, 2009d) apresentaram uma série trabalhos com o uso do algoritmo vaga-lume a espécies de problemas com alta dimensionalidade de espaços e funções multimodais, mostrando que o algoritmo e suas variantes podem ser aplicados com sucesso a vários tipos de problemas.

Finalmente uma modificação do algoritmo, então chamado de Algoritmo de Lévy-fly de vaga-lume proposto por Yang (2010C) mostrou-se ser superior à programação inicial. É alegado que o Algoritmo de Lévy-fly vaga-lume converge mais rapidamente e lida com otimização global com mais naturalidade que o método tradicional FMA. Nesse trabalho é demonstrado que o algoritmo de Enxame de Partículas é uma classe especial do FMA. No entanto, em outro artigo, Lukasiak e Zak (2009) realizaram estudos numéricos usando como referência problemas de otimização restrita e concluíram que o FMA tinha um desempenho pior que o PSO para 11 casos de referência num total de 14 (eram usados como comparativo a melhor solução assim como o desvio padrão, mantendo-se fixo o tamanho da população e iterações para ambos os métodos), assim, ainda há algumas controvérsias em relação ao desempenho do algoritmo.

4 Otimização de Tamanho e Forma com Restrições Dinâmicas

Assim, em termos de otimização de treliças, o problema pode ser matematicamente colocado como:

$$\begin{aligned}
 \text{minimize } Massa &= \sum_{i=1}^n L_i \rho_i A_i \\
 i &= 1, \dots, n \quad \text{para todas as barras} \\
 \text{Sujeito a } \omega_j &\geq \omega_j^* \quad \text{para alguns altovalores } l \\
 \omega_k &\leq \omega_k^* \quad \text{para alguns altovalores } k \\
 e \\
 A_{l_{\min}} &\leq A_l \leq A_{l_{\max}} \quad \text{para algumas seções transversais de barras } l \\
 x_{q_{\min}} &\leq x_q \leq x_{q_{\max}} \quad \text{para algumas coordenadas de nós } q \\
 \delta &\leq \delta_{\text{lim}} \quad \text{para alguns deslocamentos da estrutura} \\
 \sigma &\leq \sigma_{\text{lim}} \quad \text{para algumas tensões na estrutura}
 \end{aligned} \tag{5}$$

Nesse trabalho violações das restrições serão tratados com a técnica de função de penalidade para a função objetivo a ser minimizada, a qual é modificada para:

$$\text{Massa} = \left(\sum_{i=1}^n L_i \rho_i A_i \right) (1 + PF) \tag{6}$$

para todas as barras

onde o Fator de Penalização (PF) é definido como a soma de todas as violações ativas das restrições como indicado (e não apenas a restrições de frequência, mas da tensão, flecha, deslocamento quando for o caso).

$$PF = \sum_{i=1}^{nc} \left| \frac{\omega_i}{\omega_i^*} - 1 \right| \tag{7}$$

para todas as restrições ativas

Essa formulação permite, para soluções com restrições violadas, que a função objetivo seja sempre maior que a não-violada. Deve-se tomar o devido cuidado na solução final e verificar a presença de uma solução em que alguma restrição tenha ficado como ativa (violada).

4.1 Treliça de 10 barras

Esse exemplo foi resolvido por Grandhi e Venkayya (1988) utilizando o algoritmo de otimalidade (optimality algorithm). Sedeghati *et al.* (2002) usaram uma Programação Quadrática Seqüencial (SQP) com conjunto com o método de elementos finitos para resolver o problema. Wang *et al.* (2004) utilizaram um método de mudança de nó evolutivo e Lingyum *et al.* (2005) utilizaram um método híbrido de Algoritmo Genético. Gomes (2009, 2011) usou um algoritmo PSO para resolver o mesmo problema. Esse artigo aborda esse problema usando o algoritmo meta-heurístico de vaga-lume descrito anteriormente. É uma treliça de 10 barras simples com a forma fixa e dimensões das seções transversais variável. Em cada nó livre é acoplada uma massa não-estrutural de 454,0 kg, conforme ilustrado na Figura 2. As propriedades do material assim como intervalos máximos e mínimos das variáveis de projeto são listadas na Tabela 1. Portanto, essa é uma otimização paramétrica dimensional da treliça com três restrições de frequência e dez variáveis de projeto.

A Tabela 2 mostra as variáveis do projeto e os resultados da massa final para a treliça otimizada. Deve-se destacar os bons resultados obtidos com o algoritmo de FMA e com o PSO. A massa da treliça obtida pelo método PSO foi um pouco pior do que as

obtidas por Sedaghati *et al.* (2002) e os resultados do algoritmo FMA tiveram desempenho melhor apenas do que Grandhi (1993).

A Tabela 3 mostra as restrições dinâmicas na frequência obtidas por cada um dos métodos, mostrando que nenhuma delas é violada para o presente estudo. A Tabela 4 mostra os resultados para “5 rodadas” independentes, utilizando o método de FMA e os parâmetros utilizados nas simulações. Pode-se notar que há algum desvio do valor ótimo obtido para “rodadas” diferentes.

4.2 Treliça de 37 barras simplesmente apoiada

Esse exemplo foi investigado por Wang *et al.* (2004) utilizando o método de mudança de nó evolutivo, por Lingyum *et al.* (2005) utilizando o algoritmo NHGA e por Gomes (2009, 2011) usando um algoritmo de PSO. É uma treliça simplesmente suportada Tipo Pratt de 37 barras como indicado pela Figura 3. Há massas não-estruturais de $m = 10$ kg acopladas a cada um dos nós do banzo inferior. As barras têm seção transversal retangular de 4×10^{-3} m². As

Tabela 1 – Propriedades do material e restrições de frequência para o exemplo da treliça de 10 barras.

Propriedade	Valor	Unidade
E (Módulo de Young)	6.98×10^{10}	N/m ²
ρ (massa específica)	2770.0	kg/m ³
Massa adicionada	454.0	kg
Limite inferior da variável de projeto	0.645×10^{-4}	m ²
Dimensão principal das barras	9.144	m
Restrições nas primeiras 3 frequências	$\omega_1 \geq 7$, $\omega_2 \geq 15$, $\omega_3 \geq 15$	Hz

Tabela 2 – Seções transversais ótimas (cm²) pelos diversos métodos (a massas adicionais não são computadas).

Barra	Wang (2004)	Grandhi (1993)	Sedaghati (2002)	Lingyum (2005)	Gomes (2009)	Este Trabalho
1	32.456	36.584	38.245	42.234	37.712	34.00
2	16.577	24.658	9.916	18.555	9.959	16.00
3	32.456	36.584	38.619	38.851	40.265	50.00
4	16.577	24.658	18.232	11.222	16.788	22.00
5	2.115	4.167	4.419	4.783	11.576	6.00
6	4.467	2.070	4.419	4.451	3.955	6.00
7	22.810	27.032	20.097	21.049	25.308	30.00
8	22.810	27.032	24.097	20.949	21.613	14.00
9	17.490	10.346	13.890	10.257	11.576	7.00
10	17.490	10.346	11.452	14.342	11.186	16.00
Massa (kg)	553.8	594.0	537.01	542.75	537.98	579.40

Tabela 3 – Frequências otimizadas (Hz) com diversos métodos para a estrutura de 10 barras.

Barra	Wang (2004)	Grandhi (1993)	Sedaghati (2002)	Lingyum (2005)	Gomes (2009)	Presente Trabalho
1	7.011	7.059	6.992	7.008	7.000	7.030
2	17.302	15.895	17.599	18.148	17.786	18.717
3	20.001	20.425	19.973	20.000	20.000	20.959
4	20.100	21.528	19.977	20.508	20.063	23.026
5	30.869	28.978	28.173	27.797	27.776	28.416
6	32.666	30.189	31.029	31.281	30.939	32.894
7	48.282	54.286	47.628	48.304	47.297	48.710

barras são modeladas como outros elementos da barra simples, com áreas seccionais inicial de $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. As propriedades de material para o elemento de barra são definidas como $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$. Os parâmetros utilizados para o algoritmo de FMA estão listados na Tabela 7. Essa é considerada uma otimização paramétrica de forma da treliça uma vez que todos os nós do banzo superior podem variar no eixo y e de forma simétrica e todas as barras podem ter mudança de seção transversal a partir de $A=1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ (Limite inferior). Há três limitações nas primeiras três frequências naturais de modo que $\omega_3 \geq 60 \text{ Hz}$.

Assim, considera-se esse problema um problema de otimização com três restrições de frequência e 19 variáveis de projeto (5 variáveis de forma mais 14 variáveis da geometria). A Figura 3 mostra um esboço da treliça de 37 barras.

A Tabela 5 mostra uma comparação entre as seções transversais do projeto ótimo de vários métodos, incluindo o presente trabalho (FMA). Pode-se notar que, nesse caso, o método FMA não tão bem quanto o método PSO indicada por Gomes (2009). Há uma diferença de cerca de 1 kg de massa indicadas pelos resultados de Gomes (2009).

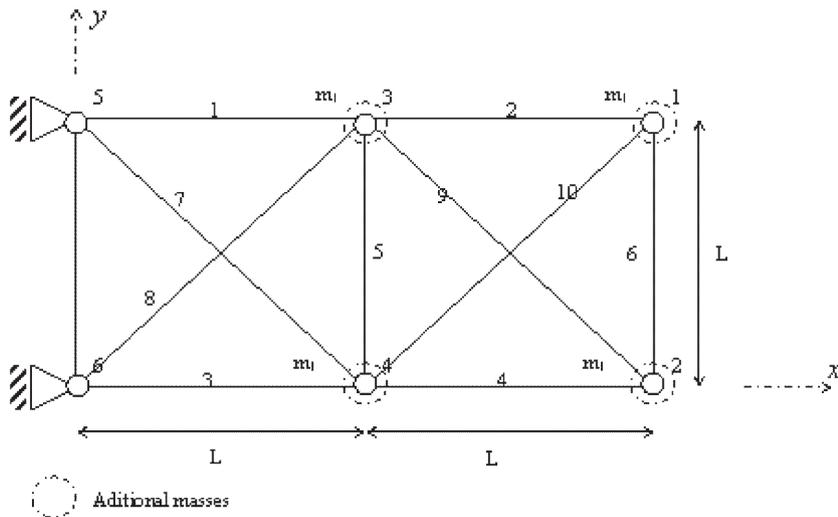


Figura 2 – Estrutura treliçada de 10 barras com massas adicionadas.

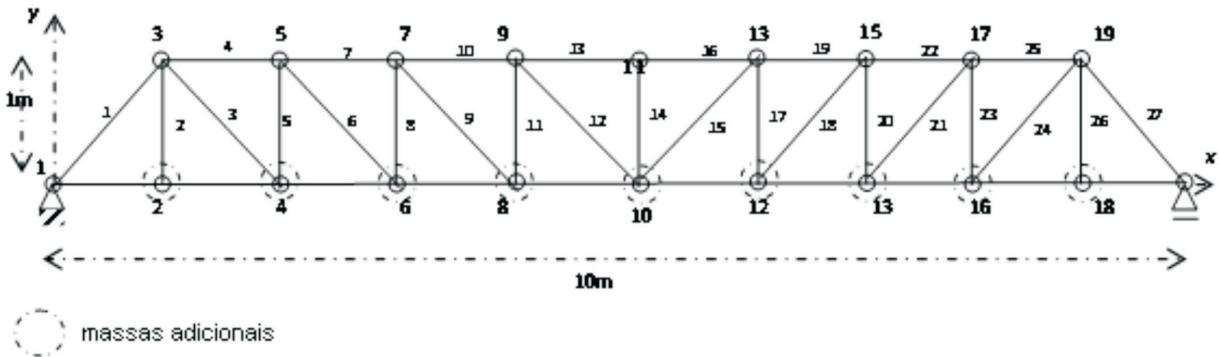


Figura 3 – Estrutura de treliça com 37 barras com massas adicionadas.

Tabela 4 – Resultado estatístico para 5 rodadas independentes do FMA do problema da treliça de 10 barras.

Massa média dos vaga-lumes (kg) μ	Desvio Padrão σ	No. de Vaga-lumes η	Coefficiente alfa α	Coefficiente absorção γ	Atratividade mínima β_0	Valor médio de Iterações	Tolerância para assumir convergência
580	2.37	50	0.3	0.1	0.5	63	10^{-3}

A Tabela 6 apresenta as frequências otimizadas para vários métodos e pelo presente trabalho. Pode-se notar que nenhuma das restrições é violada.

A Tabela 7 mostra os resultados estatísticos referentes à “5 rodadas” independentes do algoritmo FMA no problema da treliça de 37 barras e os parâmetros usados pelo FMA.

Tabela 5 – Seção transversal ótima para diversos métodos no exemplo da treliça de 37-barras (massa total não considera massas adicionais nos nós).

Variável	Projeto inicial	Wang (2004)	Lingyum (2005)	Gomes (2009)	Este Trabalho
Y_3, Y_{19} (m)	1.0	1.2086	1.1998	0.9541	0.9311
Y_5, Y_{17} (m)	1.0	1.5788	1.6553	1.3362	1.2978
Y_7, Y_{15} (m)	1.0	1.6719	1.9652	1.4806	1.4694
Y_9, Y_{13} (m)	1.0	1.7703	2.0737	1.6195	1.5948
Y_{11} (m)	1.0	1.8502	2.3050	1.6785	1.7069
A_1, A_{27} (cm ²)	1.0	3.2508	2.8932	2.9680	2.6783
A_2, A_{26} (cm ²)	1.0	1.2364	1.1201	1.0775	0.8199
A_3, A_{24} (cm ²)	1.0	1.0000	1.0000	0.5000	1.1091
A_4, A_{25} (cm ²)	1.0	2.5386	1.8655	2.7440	2.5139
A_5, A_{23} (cm ²)	1.0	1.3714	1.5962	1.2833	1.5218
A_6, A_{21} (cm ²)	1.0	1.3681	1.2642	1.6393	1.4284
A_7, A_{22} (cm ²)	1.0	2.4290	1.8254	2.5819	3.0302
A_8, A_{20} (cm ²)	1.0	1.6522	2.0009	1.2201	1.6517
A_9, A_{18} (cm ²)	1.0	1.8257	1.9526	1.3047	1.3091
A_{10}, A_{19} (cm ²)	1.0	2.3022	1.9705	2.8291	3.4008
A_{11}, A_{17} (cm ²)	1.0	1.3103	1.8294	1.6442	1.2592
A_{12}, A_{15} (cm ²)	1.0	1.4067	1.2358	1.4356	1.3585
A_{13}, A_{16} (cm ²)	1.0	2.1896	1.4049	3.5753	2.2984
A_{14} (cm ²)	1.0	1.0000	1.0000	0.5193	2.0156
Massa (kg)	336.3	366.50	368.84	362.27	363.14

Tabela 6 – Frequências otimizadas (Hz) para vários métodos no exemplo da treliça de 37 barras.

Frequência	Projeto Inicial	Wang (2005)	Lingyum (2005)	Gomes (2009)	Este Trabalho
1	8.89	20.0850	20.0013	20.0335	20.0005
2	28.82	42.0743	40.0305	41.0167	40.0168
3	46.92	62.9383	60.0000	60.0224	60.0561
4	63.62	74.4539	73.0444	73.9039	76.6520
5	76.87	90.0576	89.8244	85.0975	92.4318

Tabela 7 – Resultado estatístico para 5 rodadas independentes do FMA do problema da treliça de 37 barras.

Massa média dos vaga-lumes (kg)	Desvio Padrão	No. de Vaga-lumes	Coefficiente alfa	Coefficiente absorção	Atratividade mínima	Valor médio de Iterações	Tolerância para assumir convergência
μ	σ	η	α	γ	β_0		
367.1	4.26	40	0.3	0.1	0.5	40	10^{-3}

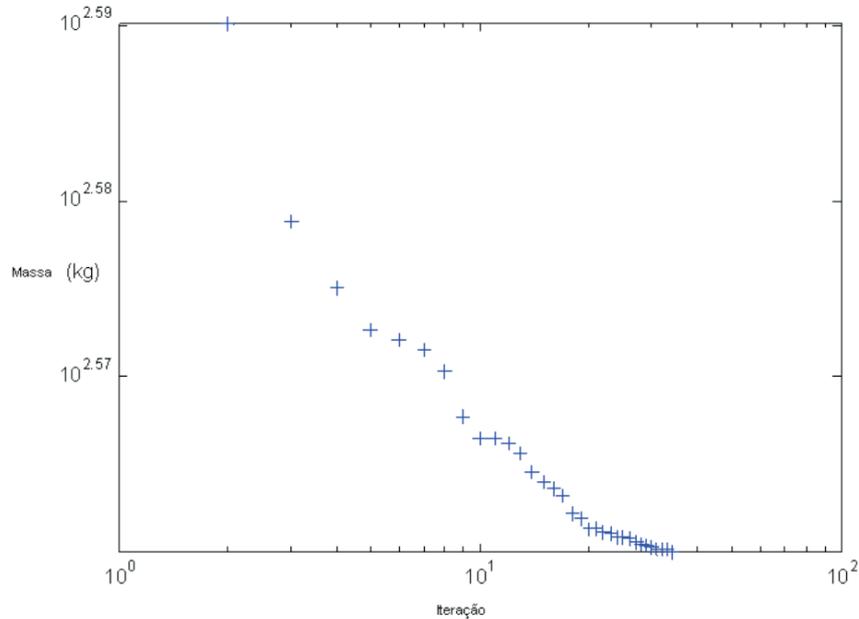


Figura 4 – Gráfico de iterações versus massa no problema da treliça de 37 barras.

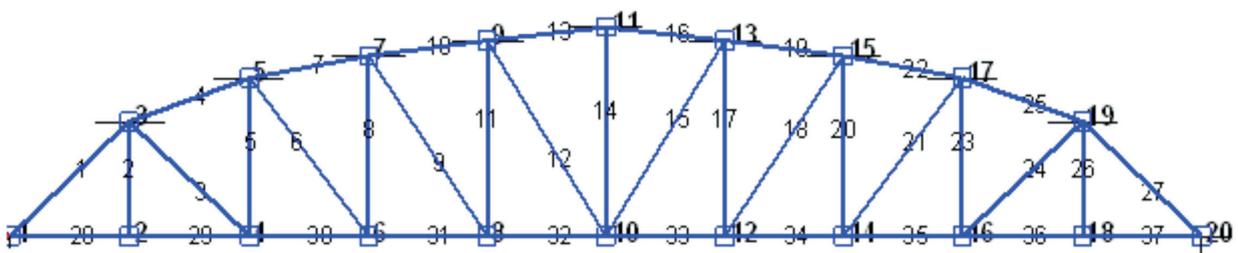


Figura 5 – Configuração final da treliça de 37 barras usando FMA.

4.3 Treliça de 120 barras

Nesse exemplo uma treliça semi-esférica (como uma cúpula) é otimizada parametricamente em forma e tamanho com restrições nas duas primeiras frequências naturais. A treliça espacial tem 52 barras e massas não-estruturais de $m = 50 \text{ Vg tt}$ são adicionados à nós livres. As áreas das seções transversais são permitidas a variar entre $0,0001 \text{ m}^2$ e $0,001 \text{ m}^2$. A otimização da forma é realizada tendo em conta que a simetria deve ser mantida no processo de otimização. Cada nó móvel é permitido variar 2 m . Para a restrição de frequência é definido que $\omega_1 \leq 15.916 \text{ Hz}$ e $\omega_2 \leq 28.649 \text{ Hz}$. Um esboço do projeto inicial é mostrado na Figura 6 e 7. Esse exemplo é considerado um problema de otimização com duas restrições na frequência natural e 13 variáveis de projeto (5 variáveis de forma mais 8 variáveis de tamanho da seção transversal).

A Tabela 8 mostra as coordenadas iniciais e

finais otimizadas e também as áreas seccionais e massa final. Pelo FMA a massa ótima é de cerca de 8 kg mais pesada do que a obtida por Gomes (2009) usando PSO. Pode-se notar que o PSO apresentou desempenho melhor do que os outros métodos. O desempenho do FMA ficou melhor que o de Lin (1982) e Lingyum (2005).

A Tabela 9 mostra as frequências finais otimizadas (Hz) para os métodos. Percebe-se que nenhuma das restrições de frequência foram violados no presente estudo.

A Tabela 10 mostra as estatísticas de “5 rodadas” independentes para o exemplo de treliça de 52 barras e os parâmetros utilizados para o algoritmo FMA.

Nas Figuras 8 e 9 a forma do projeto inicial e as soluções otimizadas propostas pela literatura são comparados com o obtido no presente trabalho. Novamente percebe-se a formas semelhantes da treliça final do presente trabalho e aquela apresentada por Gomes (2009, 2011).

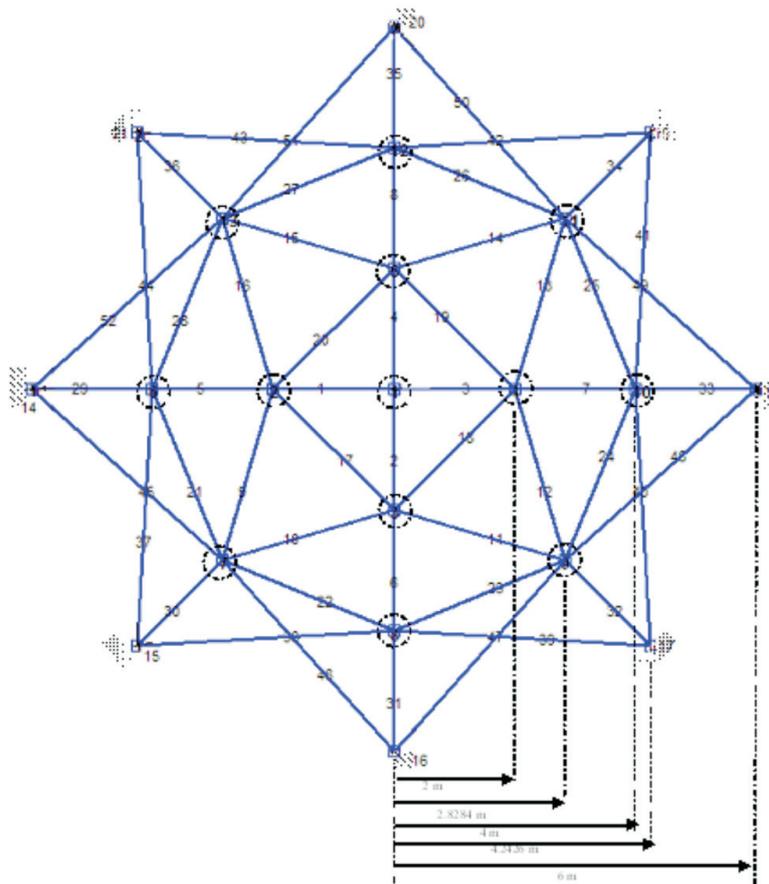


Figura 6 – Projeto inicial para o domo de 52 barras.

Tabela 8 – Projeto ótimo da seção transversal e forma da treliça para diversos métodos no problema de telhas de 52 barras (as massas adicionadas não são consideradas na massa total).

Variável	Projeto inicial	Lin (1982)	Lingyum (2005)	Gomes (2009)	Este Trabalho
Z_A (m)	6.000	4.3201	5.8851	4.000	4.1700
X_B (m)	2.000	1.3153	1.7623	2.8538	2.7575
Z_B (m)	5.700	4.1740	4.4091	3.7000	3.8028
X_F (m)	2.828	2.9169	3.4406	4.3517	4.2988
Z_F (m)	4.500	3.2676	3.1874	2.5000	2.6011
A_1 (cm ²)	2.0	1.00	1.0000	1.0000	1.0000
A_2 (cm ²)	2.0	1.33	2.1417	1.6690	1.6905
A_3 (cm ²)	2.0	1.58	1.4858	1.2434	1.4776
A_4 (cm ²)	2.0	1.00	1.4018	1.3478	1.2130
A_5 (cm ²)	2.0	1.71	1.911	1.0186	1.3697
A_6 (cm ²)	2.0	1.54	1.0109	1.0000	1.007
A_7 (cm ²)	2.0	2.65	1.4693	1.0000	1.3383
A_8 (cm ²)	2.0	2.87	2.1411	2.0703	1.6682
Massa (kg)	338.69	298.0	236.046	193.942	202.842

5 Conclusões

Nesse trabalho foi abordado o problema de otimização do projeto de treliças com restrições de frequência. As restrições foram tratadas como de costume, com funções de penalidade. É bem sabido que esse tipo de problema de otimização tem comportamento altamente não-linear em relação às restrições de frequência, especialmente para a otimi-

zação de forma, já que os autovalores são muito sensíveis à modificações de forma. Na literatura foi relatado vários métodos para tentar contornar este problema. Neste trabalho é proposta uma metodologia baseada em um algoritmo Meta-heurístico de vaga-lume (FMA). O FMA é referido na literatura como um otimizador global com vantagens em relação aos outros algoritmos heurísticos como PSO, pois afirma-se que PSO é um subconjunto de um FMA mais geral.

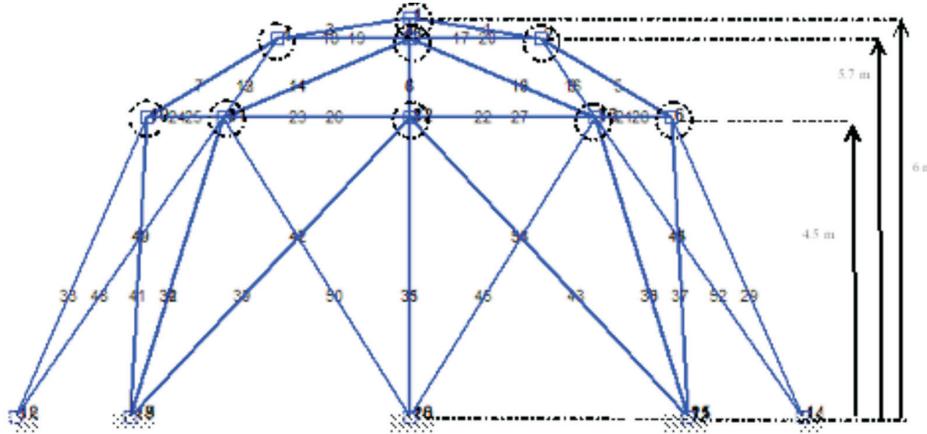


Figura 7 – Vista lateral do projeto inicial do domo de 52 barras.

Tabela 9 – Frequências otimizadas (Hz) para vários métodos no exemplo da treliça de 52 barras.

Frequência	Projeto Inicial	Lin (1982)	Lingyum (2005)	Gomes (2009)	Este Trabalho
1	22.69	15.22	12.81	10.255	13.242
2	25.17	29.28	28.65	28.649	28.671
3	25.17	29.28	28.65	28.649	28.671
4	31.52	31.68	29.54	28.809	29.245
5	33.80	33.15	30.24	28.749	29.342

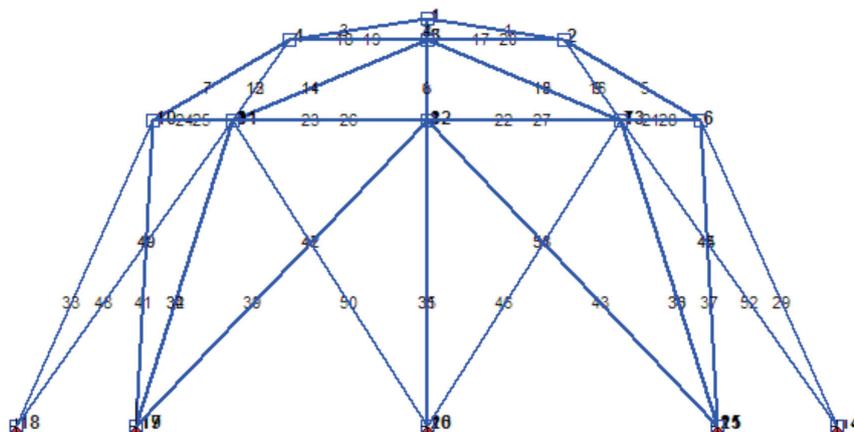


Figura 8 – Projeto inicial da estrutura treliçada de 52 barras.

Tabela 10 – Resultado estatístico para 5 rodadas independentes do FMA do problema da treliça de 52 barras.

Massa média dos vaga-lumes (kg) μ	Desvio Padrão σ	No. de Vaga-lumes η	Coefficiente alfa α	Coefficiente absorção γ	Atratividade mínima β_0	Valor médio de Iterações	Tolerância para assumir convergência 10^{-3}
213.2	4.29	50	0.3	0.1	0.5	200	10^{-3}

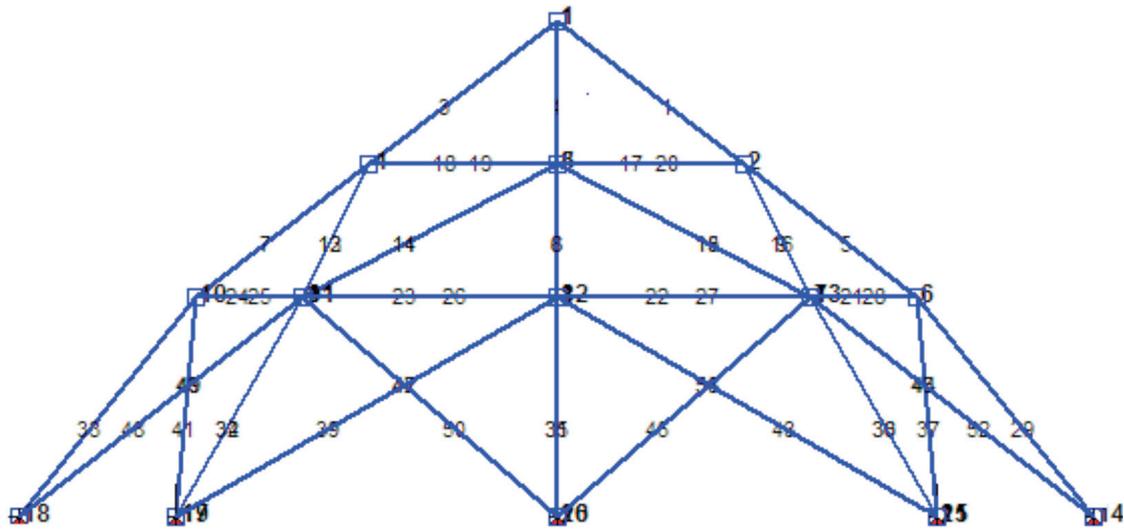


Figura 9 – Projeto otimizado da treliça de 52 barras por Gomes (2009) (PSO).

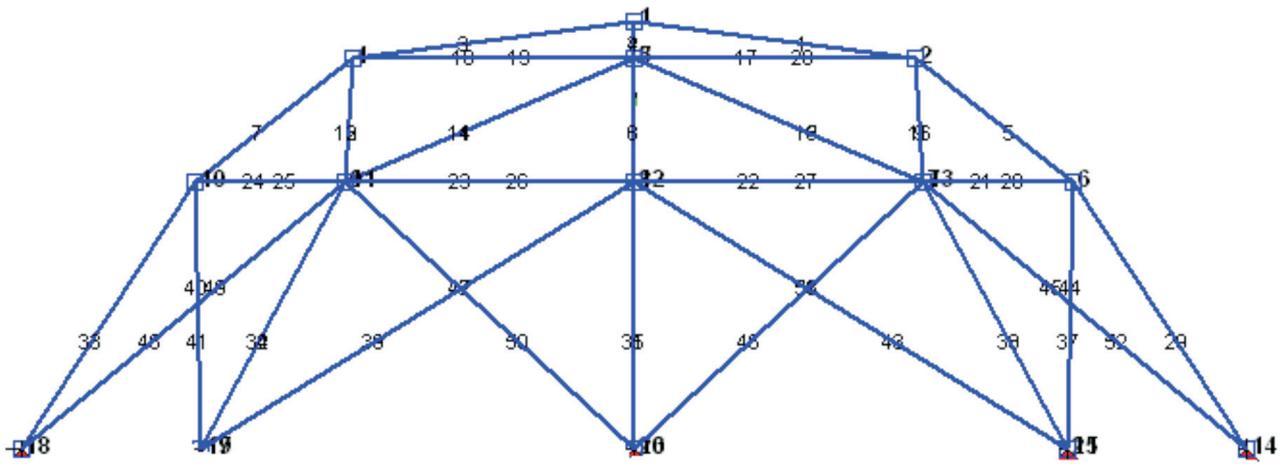


Figura 10 – Projeto otimizado da treliça de 52 barras do trabalho presente (FMA).

Alguns recursos que tornam este algoritmo heurístico atraente são os seus menos parâmetros necessários para definir e seu tratamento de ponto flutuante. Outra característica comum aos algoritmos heurísticos é que ele requer apenas avaliações objetivas das funções (não é necessário gradientes), que permite que o método trate esse tipo de problema (treliças simétrica com autovalores iguais) sem qualquer modificação. Outra característica importante é o fato de que o algoritmo

trabalha com uma população e parâmetros aleatórios o que permite a exploração / exploração capacidades e escapar de mínimos locais no processo de busca.

Foram apresentados três exemplos de dificuldade crescente, que foram comparados com os resultados na literatura. Em um ponto de vista da engenharia, o método teve um bom desempenho nos três casos, mostrando-se promissor. Além disso, o método apresentou piores resultados do que a relatada na literatura para PSO.

Referencias

- APOSTOLOPOULOS, T., VLACHOS, A. **Application of the Firefly Algorithm for Solving the Economic Emissions Load Dispatch Problem.** *International Journal of Combinatorics*, Hindawi Publishing Corporation, Volume 2011, Article ID 523806, 23 p.
- CHAI-EAD, N., AUNGKULANON, P., LUANG PAIBOON, P., **Bees and Firefly Algorithms for Noisy Non-Linear Optimization Problems**, Proceedings of the *International Multi Conference of Engineering and Computer Scientists*, 2011, Vol. II, IMECS 2011, Hong-Kong.
- DAY, J. C., *An introduction to fireflies and glow-worms*, 2010, <http://www.firefliesandglow-worms.co.uk/index.html>, accessedo em 01/02/2010.
- GRANDHI, R. V., VENKAYYA, V. B., **Structural optimization with frequency constraints**, AIAA Journal, Vol. 26, nº. 7, p. 858-866, 1988.
- GRANDHI, R. V., **Structural optimization with frequency constraints – a review**, AIAA Journal, Vol. 31, nº. 12, p. 2296-2303, 1993.
- GOMES, H. M., **Truss optimization with dynamic constraints using Particle Swarm Algorithm**, *Journal of Expert Systems with Applications*, v. 38, p. 957-968, 2011.
- GOMES, H. M., **A particle swarm optimization algorithm for truss optimization on shape and size with dynamic constraints**, in: Proceedings of the 20th International Congress of Mechanical Engineering COBEM2009, November, 15-20, Gramado, RS, Brazil, 2009.
- KRISHNANAND, K. N., GHOSE, D., **Glowworm Swarm Optimization Algorithm for Hazard Sensing in Ubiquitous Environments Using Heterogeneous Agent Swarms**, Soft Computing Applications in Industry, B. Prasad editor, Springer Verlag, p. 165-187, 2008a.
- KRISHNANAND, K. N., GHOSE, D., **Theoretical foundations for rendezvous of glowworm-inspired agent swarms**, Robotics and Autonomous Systems, V. 56, p. 549-569, 2008b.
- KRISHNANAND, K. N., GHOSE, D., **A Glowworm Swarm Optimization Based Multi-robot system for signal source localization**, Design and Control of Intelligent Robotic Systems, D. Liu, L Wang and K. C. Tan Editors, p. 49-68, Springer Verlag, 2009a.
- KRISHNANAND, K. N., GHOSE, D., **Glowworm swarm optimization: a new method for optimizing multi-modal functions**, International Journal of Computational intelligence Studies, V. 1, nº. 1, p. 93-119, 2009b.
- KRISHNANAND, K. N., GHOSE, D., **Glowworm Swarm Optimization for Searching Higher Dimensional Spaces**, C.P. Lim et al Editors, Springer Verlag, p. 61-75, 2009c.
- KRISHNANAND, K. N., GHOSE, D., **Glowworm swarm optimization for simultaneous capture of multiple local optima of multimodal functions**, *Swarm intelligence*, v. 3, p. 87-124. 2009d.
- LUKASIK, S., ZAK, S. **Firefly Algorithm for continuous constrained optimization tasks**, ICCCI 2009, Lecture Notes in Artificial Intelligence (Eds. N. T. Ngugen, R. Kowalczyk and S.-M. Chen), 5796, p. 97-106, 2009.
- LINGYUN, W.; MEI, Z.; GUANGMING, W.; GUANG, M., **Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints based on genetic algorithm**, Journal of Computational Mechanics, vol. 25, p. 361-368, 2005.
- LIN, J. H.; CHEN, W. Y.; YU, Y. S., **Structural optimization on geometrical configuration and element sizing with static and dynamic constraints**. Computers and Structures, vol. 15, nº. 5, p. 507-515, 1982.
- SAYADIA, M. K., RAMEZANIANA, R., GHAFFARINASABA, N. **A discrete firefly meta-heuristic with local search for makespan minimization in permutation flow shop scheduling problems**, International Journal of Industrial Engineering Computations, vol. 1, p. 1-10, 2010.
- SEDAGHATI, R.; SULEMAN, A.; TABARROK, B., **Structural optimization with frequency constraints using finite element force method**. AIAA Journal, vol. 40, nº. 2, p. 382-388, 2002.
- YANG, X. S., **Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms**, Luniver Press, 2008.
- YANG, X. S., **Firefly algorithms for multimodal optimization**, In: *Stochastic Algorithms: Foundations and Applications*, SAGA 2009, Lecture Notes in Computer Science, 5792, pp. 169-178, 2009.
- YANG, X. S., **Firefly Algorithm, Stochastic Test Functions and Design Optimization**, Int. J. Bio-Inspired Computation, vol. 2, nº. 2, p. 78-84, 2010a.
- YANG, X. S., **Engineering Optimization**, John Wiley and Sons, 343p., 2010b.
- YANG, X. S., **Firefly algorithm, Lévy flights and global optimization**, In: *Research and Development in Intelligent Systems XXVI* (Eds M. Bramer, R. Ellis, M. Petridis), Springer London, p. 209-218, 2010c.
- WANG, D.; ZHANG, W. H.; JIANG, J. S., **Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints**, AIAA Journal, vol. 42, nº. 3, p. 1452-1456, 2004.
- WIKIPEDIA CONTRIBUTORS, **Firefly**, In **Wikipedia, The Free Encyclopedia**. Retrieved, December 02, 2010, <<http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Firefly&oldid=435640964>>.