

# Análise Dinâmica de Fundações Diretas para Máquinas Rotativas

*Adilson Rabello Dalbone<sup>1</sup>  
Emil de Souza Sánchez Filho<sup>2</sup>*

## Resumo

Esse artigo apresenta os resultados da análise dinâmica de um sistema de uma fundação direta para uma bomba de grande porte usada na indústria petroquímica.

As máquinas produzem solicitações dinâmicas que são transferidas às fundações por meio de movimentos vibratórios ou, em casos de máquinas sensíveis, essas recebem vibrações por intermédio das fundações. É necessário analisar e estudar esses movimentos vibratórios durante o projeto da fundação para evitar danos aos equipamentos, à própria fundação, às estruturas vizinhas, às perdas de produção e também aos riscos de segurança e saúde ocupacional para as pessoas.

O objetivo deste artigo é mostrar alguns dos principais aspectos que envolvem a análise dinâmica para o dimensionamento de blocos para fundações de máquinas. Apresenta-se também um estudo de caso no qual se compara os resultados obtidos pela solução analítica usando-se a N-1848 [8] da PETROBRAS, e os resultados obtidos pelo método dos elementos finitos por meio do uso do programa SAP2000.

**Palavras-chave:** fundações de máquinas, análise dinâmica, máquinas rotativas.

## 1 Introdução

O dimensionamento de fundações para máquinas é uma tarefa bastante complexa pelo motivo das diversas solicitações de cargas que as mesmas estarão submetidas, sejam das cargas estáticas como também das cargas dinâmicas que a fundação suportará. Esse dimensionamento, se realizado de forma inadequada poderá resultar em fundações superdimensionadas ou, em outros casos, fundações mal dimensionadas com danos aos equipamentos, à própria fundação, às estruturas vizinhas, com perdas de produção e também riscos de segurança e saúde ocupacional para as pessoas. As máquinas produzem solicitações dinâmicas que são transferidas às fundações por meio de movimentos vibratórios, ou em casos de máquinas sensíveis, essas recebem vibrações por intermédio das fundações.

As máquinas podem ser classificadas como: a) as que produzem forças de impacto como martelos de forjas e prensas; b) as que produzem forças periódicas como motores de pistão como compressores e motores à explosão; c) máquinas de alta velocidade, tais como turbinas e compressores rotativos; d) outras máquinas.

As fundações podem ser classificadas de acordo com seu formato estrutural, sendo: a) fundações em bloco, no qual a máquina se apoiará; b) fundações em caixa ou caixão, consistindo de uma estrutura vazada que suporta a máquina em seu topo; c) fundação em parede, que é formada por um par de paredes e a máquina é apoiada no topo desses elementos; d) fundações em estrutura formada por pilares, vigas e lajes e que suportará a máquina em seu topo.

As máquinas podem ser classificadas também de acordo com suas frequências de operação sendo: a) baixa a média frequência, aquelas com frequências até 500 *rpm*; b) as de média a altas frequências, com frequências entre 500 a 1000 *rpm*; c) alta frequência, com frequências superiores a 1000 *rpm*.

O projeto de fundações (SRINIVASULU e VAIDYANATHAN [10]) deverá satisfazer vários requisitos, a saber: a) a fundação deverá suportar as cargas impostas sem ter falhas de cisalhamento ou esmagamento; b) obedecer aos parâmetros e limites permissíveis previstos nas normas; c) o centro de gravidade combinado da máquina e fundação deverá sempre que possível ficar alinhados na vertical com o plano da base; d) nenhuma ressonância deverá ocorrer,

1 Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal Fluminense, UFF, e-mail: ardalbone@uol.com.br, Rua Passo da Pátria, 156 – sala 365 – Bloco “D” da Escola de Engenharia – São Domingos – 24210-240 – 240 – Niterói – RJ.

2 D. Sc., Professor Associado, PPGEC da UFF, Niterói, Brasil. emilsanchez@uol.com.br.

ou seja, a frequência natural do sistema fundação-máquina deverá ou ser muito maior ou muito menor que a frequência de operação da máquina; se a máquina tem alta velocidade de operação a frequência natural do sistema fundação-máquina deverá ser baixa e *vice-versa*; e) as amplitudes sob condições de serviço devem situar-se entre os limites previstos, que geralmente são fornecidos pelos fabricantes das máquinas; f) todos os componentes rotativos e de movimentos alternativos de uma máquina devem ser bem equilibrados de modo a minimizar forças e momentos de desequilíbrio; g) sempre que possível a fundação deve ser planejada de modo a permitir alterações posteriores se for necessário; h) o nível de água do solo deve estar o mais baixo possível e sua profundidade no mínimo a um quarto da largura da fundação abaixo do plano da base; isso limita a propagação de vibração, pois o solo inundado é um bom condutor de ondas de vibração; i) as fundações de máquinas devem ser separadas dos componentes das construções adjacentes por meio de juntas de expansão; j) a fundação deve ser protegida de óleo de máquina por meio de tratamento químico adequado ou cobertura resistente a ácido; k) a fundação de máquina deve ser executada num nível mais baixo do que o nível das fundações dos prédios adjacentes.

## 2 Análise Dinâmica

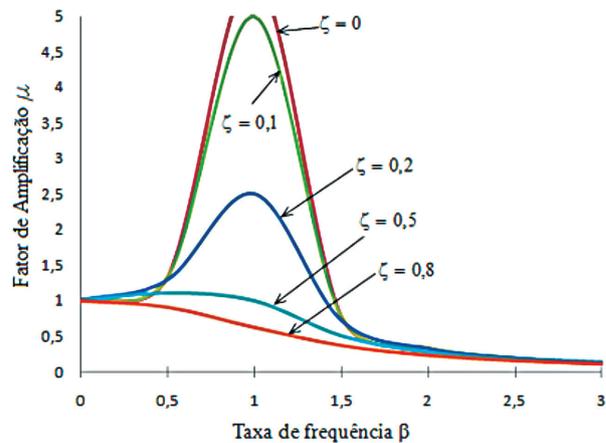
Para análise e dimensionamento de qualquer tipo de fundação de máquina é fundamental o entendimento dos conceitos de dinâmica. Os sistemas de fundações de máquinas têm massa e elasticidade estando sujeitos a vibrações. Faz-se necessário efetuar a análise dinâmica do sistema máquina-fundação de modo a se determinar o modelo matemático a ser usado no dimensionamento da fundação. Neste artigo são apresentados alguns dos principais conceitos de dinâmica, e alguns dos procedimentos de análise dinâmica para o dimensionamento de fundações diretas de máquinas rotativas. O comportamento dinâmico das fundações de máquinas é equivalente a um sistema massa-mola sob vibração forçada com amortecimento.

### 2.1 Ressonância

Todo sistema físico tem uma ou mais frequências naturais, ou seja, suas frequências quando sujeitas a vibrações livres. Se a frequência do equipamento (agente excitador) se aproxima da frequência natural da fundação as amplitudes de vibração do sistema tendem a ser maiores. Ocorre ressonância quando a frequência do agente excitador é igual à frequência natural do sistema. Deve-se evitar a ressonância para que as am-

plitudes de vibração não se tornem muito intensas e causem danos às pessoas, máquinas e instalações.

A Figura 1 ilustra a amplificação da vibração, que é função da razão das frequências de operação e da frequência natural e também do grau de amortecimento do sistema. Quanto maior o grau de amortecimento do sistema menor a amplificação da vibração. Esse fenômeno pode ser medido pelo fator de amplificação dinâmica.



**Figura 1** – Fator de ampliação  $\mu$  versus taxa de frequência  $\beta$ ; adaptado de PRAKASH [10].

O valor do fator de amplificação dinâmica  $\mu$  em função da taxa de frequência  $\beta$  é dado por:

$$\mu_y = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta_y^2)^2 + (2\zeta_y \beta_y)^2}}$$

### 2.2 Frequências Naturais

As normas recomendam na análise dinâmica verificar a razão entre a frequência natural do sistema fundação e máquina e a frequência de operação da máquina. A N-1848 [7] estabelece que a frequência operacional deva ser mantida afastada de pelo menos 20% da frequência natural.

As frequências naturais do sistema fundação e máquina podem ser obtidas utilizando-se as seguintes expressões:

- a) vibrações de deslocamento na direção dos eixos ortogonais  $X$ ,  $Y$  e  $Z$

$$\omega_{ni} = \sqrt{\frac{k_i}{M}}$$

- b) vibrações de rotação ao redor dos eixos ortogonais  $X$ ,  $Y$  e  $Z$

$$\omega_{n\theta i} = \sqrt{\frac{k_{\theta i}}{I_i}}$$

sendo

- $\omega_{ni}$  – frequência natural na direção do eixo  $i$ ;
- $k_i$  – rigidez da fundação na direção do eixo ortogonal  $i$ ;
- $k_{\theta i}$  – rigidez da fundação à rotação ao redor do eixo ortogonal  $i$ ;
- $I_i$  – momento de massa do sistema fundação e máquina em relação aos eixos ortogonais  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  passando pelo centróide da área da base;
- $M$  – massa do sistema fundação e máquina.

### 2.3 Amplitude de Vibração

A N-1848 [8] não define as amplitudes limites de vibração, porém, como as velocidades efetivas são limitadas (Tabela 2) deve-se obter os valores de amplitude limite por meio de cálculo com a velocidade limite de vibração, ou diretamente com os gráficos da DIN-2056 [2], sendo que essa norma é seguida pela DIN-4024 [3][4], que é referência para a N-1848 [8]. A Figura 2 mostra um gráfico da DIN-2056 [2].

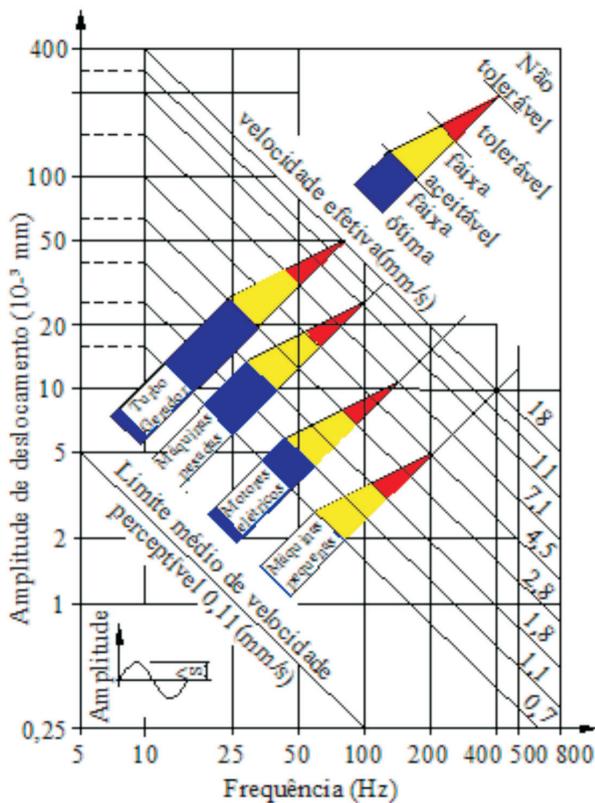


Figura 2 – Níveis de velocidade efetiva de operação para diferentes máquinas; adaptado de VDI 2056 [2].

As amplitudes de vibração do conjunto fundação e máquina, para os seis graus de liberdade podem ser obtidas pelas expressões da teoria do semi-espaço elástico, que é adotada pela N-1848 [8]. Essas expressões estão listadas na Tabela 1.

## 3 Fundações de Máquinas

Vários fatores devem ser considerados no projeto de fundações para equipamentos industriais, entre os quais tem-se o tipo de máquina, o local onde será instalado, o tipo de fundação, os equipamentos auxiliares que serão instalados, as cargas a que estarão submetidas, antes, durante e após montagem, o acesso ao equipamento para operação e manutenção, etc.

### 3.1 Tipos de Fundação

O ACI 351.3R-04 [1] classifica os tipos de fundações de máquinas em: a) tipo bloco; b) blocos combinados; c) em mesa; d) em mesa com isoladores; e) estrutura com molas montada sobre bloco; f) bloco de inércia sobre estrutura; g) fundações sobre estacas, ou seja, qualquer um dos tipos de fundações anteriores montada sobre estacas.

### 3.2 Cargas das Fundações de Equipamentos

Os parâmetros mencionados no item anterior definem as cargas do sistema fundação/equipamento. As cargas estáticas são devidas ao peso da máquina e dos equipamentos auxiliares, e as cargas dinâmicas ocorrem quando a máquina está em operação gerando forças de desequilíbrio da máquina, e devidas ao fluxo de fluidos e gases em algumas máquinas.

#### 3.2.1 Cargas

As carga adotadas no dimensionamento das fundações são:

- a) peso próprio;
- b) sobrecargas;
- c) cargas de vento;
- d) cargas sísmicas;
- e) cargas estáticas de operação;
- f) cargas especiais para fundações elevadas;
- g) cargas de manutenção e construção;
- h) cargas térmicas;
- i) cargas dinâmicas devido a massas desequilibradas;
- j) cargas devido a múltiplas máquinas rotativas.

**Tabela 1** – Amplitude de oscilação pela teoria elástica do semi-espaço.

Deslocamento	Amplitude de oscilação N-1848
Translação em X	$A_x = \frac{M_y}{I_y - ML^2} \frac{\left[ (\omega_{nx}^2)^2 + (2D_x \omega_{nx})^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\Delta_x \omega^2}$ $A_x = \frac{F_x}{MI_y'} \frac{\left[ (-I_y' \omega^2 + k_{\theta_y} + L^2 k_x)^2 + 4\omega^2 (D_{\theta_y} \sqrt{k_{\theta_y} I_y} + L^2 D_x \sqrt{k_x M})^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\Delta_x \omega^2}$
Translação em Y	$A_x = \frac{M_y}{I_y - ML^2} \frac{\left[ (\omega_{nx}^2)^2 + (2D_x \omega_{nx})^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\Delta_x \omega^2}$ $A_y = \frac{F_y}{MI_x'} \frac{\left[ (-I_x' \omega^2 + k_{\theta_x} + L^2 k_y)^2 + 4\omega^2 (D_{\theta_x} \sqrt{k_{\theta_x} I_x} + L^2 D_y \sqrt{k_y M})^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\Delta_y \omega^2}$
Translação em Z	$A_z = \frac{F_z}{k_z \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_{nz}} \right)^2 \right]^2 + \left( 2D_z \frac{\omega}{\omega_{nz}} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}$
Rotação em torno de X	$A_{\theta_x} = \frac{M_x}{I_x - ML^2} \frac{\left[ (\omega_{ny}^2 - \omega^2)^2 + (2D_y \omega_{ny} \omega)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\Delta_y \omega^2}$ $A_{\theta_x} = \frac{F_y}{I_x - ML^2} \frac{\omega_{ny} (\omega_{ny}^2 + 4D_y \omega^2)^{\frac{1}{2}}}{\Delta_y \omega^2}$
Rotação em torno de Y	$A_{\theta_x} = \frac{M_x}{I_x - ML^2} \frac{\left[ (\omega_{ny}^2 - \omega^2)^2 + (2D_y \omega_{ny} \omega)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\Delta_y \omega^2}$ $A_{\theta_x} = \frac{F_y}{I_x - ML^2} \frac{\omega_{ny} (\omega_{ny}^2 + 4D_y \omega^2)^{\frac{1}{2}}}{\Delta_y \omega^2}$
Rotação em torno de Z	$A_{\theta_z} = \frac{M_z}{k_{\theta_z} \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_{n\theta z}} \right)^2 \right]^2 + \left( 2D_z \frac{\omega}{\omega_{n\theta z}} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}$

## 4 Classificação das Máquinas

O objetivo básico no projeto da fundação de uma máquina é limitar seus movimentos a amplitudes, para que não comprometam a operação satisfatória da máquina e que não afetem as pessoas que trabalham na sua vizinhança. Portanto, a primeira etapa da avaliação dinâmica de uma fundação de máquina é classificar esse equipamento.

### 4.1 Tipos de Máquinas

De acordo com o ACI 351 [1] as máquinas classificam-se em:

- máquinas rotativas, que incluem turbinas a gás, a vapor, *etc.*, turbo compressores e turbo bombas, ventiladores, motores e centrífugas;
- máquinas alternativas, que incluem motores e compressores a diesel, nas quais tem-se um pistão movendo-se num cilindro que interage com um fluido por meio do movimento de um eixo manivela;
- máquinas de impacto, nessa categoria estão inclusos os martelos de forjamento e algumas prensas de conformação metálica, que operam por meio de impacto ou choque entre as diferentes partes do equipamento;
- outros tipos de máquinas, tais como britado-

res e máquinas trituradoras de sucata de metal. As máquinas são classificadas quanto à velocidade de operação em:

- máquinas de velocidade muito baixa até 100 *rpm*;
- máquinas de velocidade baixa  $\geq 100$  e  $\leq 1500$  *rpm*;
- máquinas de velocidade média  $> 1500$  e  $\leq 3000$  *rpm*;
- máquinas de alta velocidade  $> 3000$  *rpm*.

Quanto aos critérios de severidade de vibração as máquinas podem ser classificadas segundo a N-1848 [8], que utiliza os mesmos critérios da ISO 10816 [5] e NBR10082 [7], seguindo as descrições das suas classes e tabela de graus de severidade de vibração.

- classe I: partes individuais de motores e máquinas, integralmente conectadas com a máquina completa na sua condição de operação normal (motores elétricos de produção até 15 *kW* são exemplos típicos de máquinas nesta categoria);
- classe II: máquinas de tamanho médio, (tipicamente motores elétricos de 15 até 75 *kW* de potência sem fundações especiais, motores ou máquinas montados rigidamente até 300 *kW*) sobre fundações especiais;
- classe III: máquinas motrizes grandes e outras máquinas grandes com massas rota-

**Tabela 2** – Faixa de severidade de vibração.

Faixa de severidade de vibração				Avaliação de qualidade para classes diferentes de máquinas			
Faixa	Velocidade efetiva $v$ ( <i>mm/s</i> ) nos limites da faixa			Classe I	Classe II	Classe III	Classe IV
0,28		0,28		A	A	A	A
0,45		0,45					
0,71		0,71					
1,12		1,12		B	B	B	B
1,8		1,8					
2,8		2,8		C	C	C	C
4,5		4,5					
7,1		7,1		D	D	D	D
11,2		11,2					
18		18					
28		28					
45		45					
71							

**NOTA:** O projeto da fundação deve ser orientado de modo que a máquina se enquadre dentro das faixas A ou B de comportamento.

A é bom; B é satisfatório; C é pouco satisfatório; D é ruim ou não satisfatório.

tivas montadas sobre fundações rígidas e pesadas, que são relativamente rígidas na direção de medição de vibração;

- d) classe IV: máquinas motrizes grandes e outras máquinas grandes com massas rotativas, montadas sobre fundações que são relativamente flexíveis na direção de medição de vibração (por exemplo, conjunto de turbogeradores, especialmente aqueles montados sobre estruturas leves).

A N-1848 [8] utiliza as faixas de severidade de vibração como critério para aceitação da fundação. A Tabela 2 extraída da NBR-10082 [5], similar à tabela da ISO 10816 [7], é empregada para classificar as faixas de severidade de vibração.

Para a análise dinâmica de um bloco de fundação direta para uma máquina rotativa o procedimento deve ser iniciado definindo-se as dimensões do bloco, que deverá ter espessura mínima de 60 cm. Essa espessura não deve ser menor que 1/5 da menor dimensão nem menor que 1/10 da maior dimensão. Deve-se adotar uma razão de massa da fundação para a massa da máquina  $> 3$ , no caso de máquinas rotativas.

## 5 Parâmetros de Projeto

Os vários parâmetros que influenciam o projeto de uma fundação de máquina são:

- centro de gravidade da máquina e da fundação;
- momento de inércia da máquina e da fundação;
- cargas da máquina, isto é, peso da máquina em posição sem movimento, peças rotativas e mecanismos de transferência de carga da máquina para a fundação;
- velocidade crítica do rotor, grau de equilíbrio e amplitude de vibração aceitável;
- forças dinâmicas geradas pela máquina sob as condições de operação e seus mecanismos de transferência para a fundação;
- forças adicionais geradas sob emergência ou em situações de falha, testes, construção, manutenção, falhas de mancais, etc.;
- coeficientes de mola efetivos da base da fundação;
- coeficientes elásticos do solo.

## 6 Solo

Existem principalmente duas metodologias baseadas nas quais a rigidez efetiva do solo sob uma fundação de máquina pode ser avaliada. A teoria do semi-espaço elástico e a teoria da constante de mola sem peso. Essa última encontra-se em desuso. A teoria

**Tabela 3** – Parâmetros para análise de fundações diretas pela teoria elástica do semi-espaço.

Parâmetro	Modo			
	Vertical	Horizontal	Rotação	Torção
Raio equivalente $r_0$	$\sqrt{\frac{ab}{\pi}}$	$\sqrt{\frac{ab}{\pi}}$	$\sqrt[4]{\frac{ab^3}{3\pi}}$	$\sqrt[4]{\frac{ab(a^2+b^2)}{6\pi}}$
Rigidez $k_i$	$\frac{4Gr_0}{1-\nu}$	$\frac{32(1-\nu)}{7-8\nu}Gr_0$	$\frac{8Gr_0^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{16}{3}Gr_0^3$
Razão de massa $B_i$	$\frac{(1-\nu)}{4} \frac{M}{\rho r_0^3}$	$\frac{(7-8\nu)}{32(1-\nu)} \frac{M}{\rho r_0^3}$	$\frac{3(1-\nu)}{8} \frac{I_i}{\rho r_0^5}$	$\frac{I_i}{\rho r_0^5}$
Fator de amortecimento $D_i$	$\frac{0,425}{\sqrt{B_i}}$	$\frac{0,2875}{\sqrt{B_i}}$	$\frac{0,15}{(1+B_i)\sqrt{B_i}}$	$\frac{0,5}{(1+2B_i)}$

$a$  – lado maior da base retangular da fundação;  $b$  – lado menor da base retangular da fundação;  $I_i$  – momento de massa em relação ao eixo de direção  $i$ ;  $M$  – massa do sistema (fundação + máquina);  $\rho$  – massa específica do solo.

do semi-espaço elástico requer a determinação do módulo de cisalhamento  $G$  e do coeficiente de Poisson  $\nu$  do solo, preferencialmente por meio de um teste dinâmico *in loco*.

As constantes de mola para uma fundação circular rígida em repouso sobre o semi-espaço elástico, para os seis graus de liberdade, são obtidas conforme RICHART [11] em função do módulo de cisalhamento do solo  $G_s$  e do seu coeficiente de Poisson  $\nu$ . O módulo de cisalhamento deve preferencialmente ser obtido por meio do ensaio de *cross-hole*. Na impossibilidade de realização deste ensaio a N-1848 [8] recomenda o uso da seguinte expressão.

$$G_s = 12.000 \cdot N_{SPT}^{0,8} \text{ kPa}$$

onde  $N$  é o número de golpes SPT obtido no boletim de sondagem.

A teoria do semi-espaço elástico pode ser aplicada em fundações com geometria retangular, de lados com dimensões  $a$  e  $b$ . Para isso calculam-se os raios equivalente  $r_0$ , que diferem de acordo com a direção da vibração.

As expressões utilizadas para obtenção dos parâmetros do solo provenientes de RICHART, HALL e WOODS [11] *apud* MACHADO [6] foram apresentadas na Tabela 3.

## 7 Estudo de Caso

Apresentam-se os resultados obtidos no cálculo

da fundação direta de uma bomba utilizada na indústria petroquímica. A solução inicial é analítica com base na N-1848 [8]; em seguida o resultado é obtido por meio do cálculo efetuado pelo MEF utilizando-se o SAP 2000. Os resultados exibidos são para o movimento na direção vertical  $Z$ . As vistas frontal e lateral do conjunto fundação e máquina estão mostradas nas Figuras 3 e 4, respectivamente.

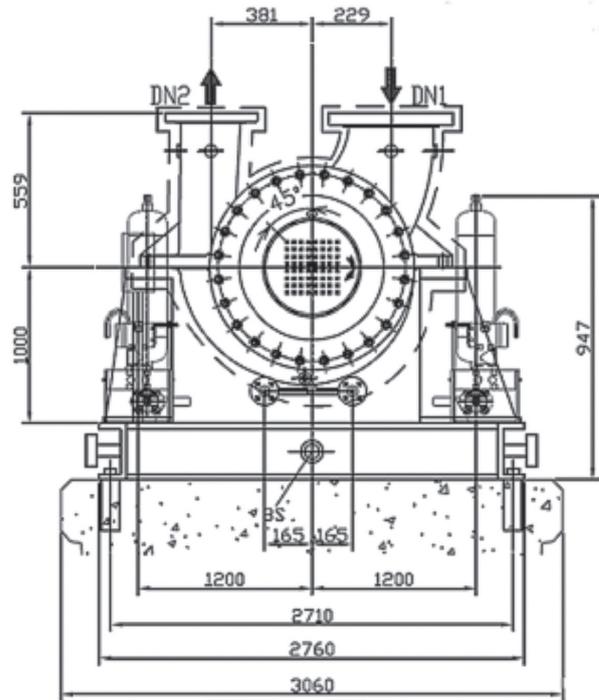


Figura 3 – Vista frontal do conjunto motor e bomba.

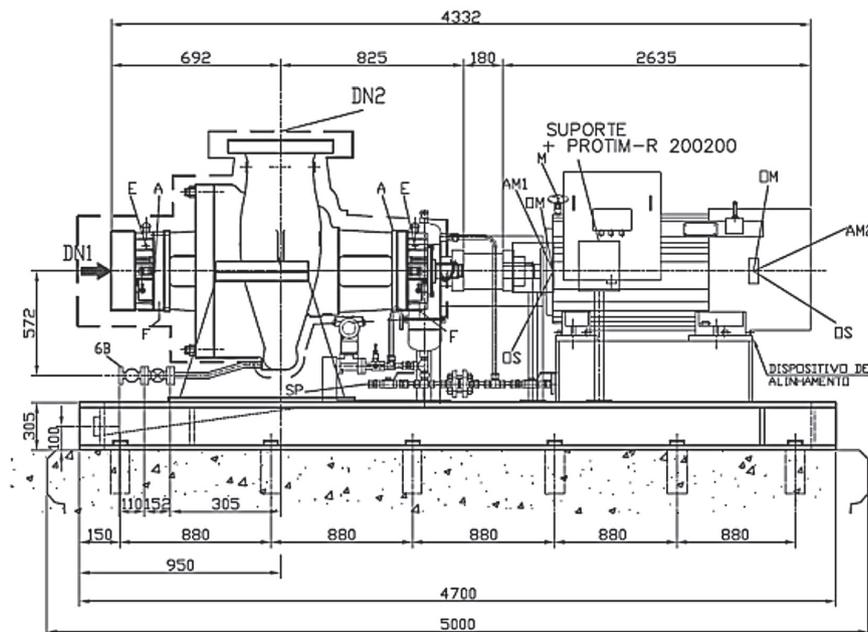


Figura 4 – Vista lateral do conjunto motor e bomba.

## 7.1 Parâmetros da Máquina

Os parâmetros adotados foram:

- fabricante KSB Bombas Hidráulicas S.A.;
- modelo 8x10x23 B-1 HOL;
- acionador WEG HGF
- velocidade angular da bomba

$$\omega_{máq} = 1784 \text{ rpm};$$

- energia de acionamento 368 kW;
- comprimento 4700 mm;
- largura 2760 mm;
- altura 1864 mm;
- massa da bomba 1538 kg;
- massa do motor 3010 kg;
- massa da base 2760 kg;
- massa do acoplamento 30 kg;
- massa total da máquina 7338 kg;
- solicitações nos chumbadores:
  - força estática 5,99 kN;
  - força dinâmica 0,77 kN;
  - momento estático 0,26 kN.m;
  - momento dinâmico 0,32 kN.m.

## 7.2 Classificação da Máquina

Em função dos dados de projeto a máquina é classificada da seguinte forma:

- máquina classe III, conforme N-1848 [8];
- velocidade efetiva deverá ser  $\leq 4,5 \text{ mm/s}$  pela N-1848 [8] e DIN 2056 [2];
- amplitude de deslocamento deverá ser:
  - $\leq 30 \mu\text{m}$  pela NBR 10082 [7];
  - $\leq 30 \mu\text{m}$  pela DIN 2056 [2];
  - $\leq 30 \mu\text{m}$  pela ACI 351 [1].

## 7.3 Dados do bloco de Fundação

As dimensões da fundação foram determinadas acrescentando-se 29,2 cm à largura e 40,4 cm ao comprimento da base do conjunto motor e bomba (Figura 4) e considerando-se a espessura de laje igual a 80 cm, ou seja, maior que o mínimo recomendado pela N-1848 [8], que é de 60 cm. A base da bomba deverá se apoiar diretamente sobre o bloco da fundação, então as dimensões iniciais estabelecidas para a fundação são:

- comprimento da base  $B = 5,2 \text{ m}$ ;
- largura da base  $L = 3,25 \text{ m}$ ;
- altura da base  $H = 0,80 \text{ m}$ ;
- módulo de elasticidade do concreto
  - $E_c = 30,6725 \text{ GPa}$ ;
- coeficiente de Poisson do concreto  $\nu = 0,2$ ;
- peso específico do concreto  $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$ .

## 7.4 Dados do Solo

Os dados geotécnicos para o projeto são:

- número de golpes obtido do ensaio de SPT
  - $N_{SPT} = 7$ ;
- módulo de elasticidade transversal do solo

$$G_s = 12.000 \cdot N_{SPT}^{0,8} \text{ kPa}$$

$$G_s = 5,692 \times 10^4 \text{ kPa};$$

- coeficiente de Poisson do solo  $\nu = 0,4$ ;
- peso específico do solo  $\gamma_s = 17,65 \text{ kN/m}^3$ .

## 7.5 Resultados Obtidos pelo Método Analítico

Massa total do sistema  $M_{total} = 40512 \text{ kg}$

Raio equivalente  $r_z = 2,3 \text{ m}$

Momentos de inércia de massa

$$I_z = 7,379 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Constantes de mola  $k_z = 8,722 \times 10^5 \text{ kN/m}$

Razão de massa  $B_z = 0,278$

Fator de amortecimento  $D_z = 0,806$

Constantes de amortecimento

$$C_x = 4,913 \times 10^3 \text{ kN} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

Frequência de operação da máquina

$$f_{máq} = 29,73 \text{ Hz}$$

Frequência natural para 1GL  $f_z = 23,35 \text{ Hz}$

**Tabela 4** – Faixas de frequência com risco de ressonância.

Direção	Frequência Natural Hz	N-1848		Atende?
		$0,8 f_n$	$1,2 f_n$	
Z	$f_n$ 23,35	18,68	<b>28,02</b>	Sim

A Tabela 4 mostra a faixa de frequências com risco de ressonância na direção Z.

Fator de amplificação dinâmico  $D_z = 0,466$

Amplitude máxima dinâmica  $U_{dinz} = 4,81 \mu\text{m}$

$U_{dinz} \leq 30 \mu\text{m}$

Atende à N-1848 (2011).

Máxima velocidade efetiva

$$V_{máx z} = 0,898 \text{ mm/s}$$

$$V_{ef z} \leq 4,5 \text{ mm/s}$$

Atende à N-1848 [8], cujo valor máximo permitido para a classe III, faixa de severidade A é 1,8 mm/s, ou faixa de severidade B que é 4,5 mm/s.

### 7.6 Resultados Obtidos pelo MEF SAP2000

A Figura 5 representa o bloco de fundação do conjunto motor e bomba, mantendo-se as mesmas di-

mensões adotadas na solução analítica (item 7.3). O motor e a bomba estão representados por suas respectivas massas. O bloco está apoiado no solo representado pelos amortecedores, que contêm tanto as constantes

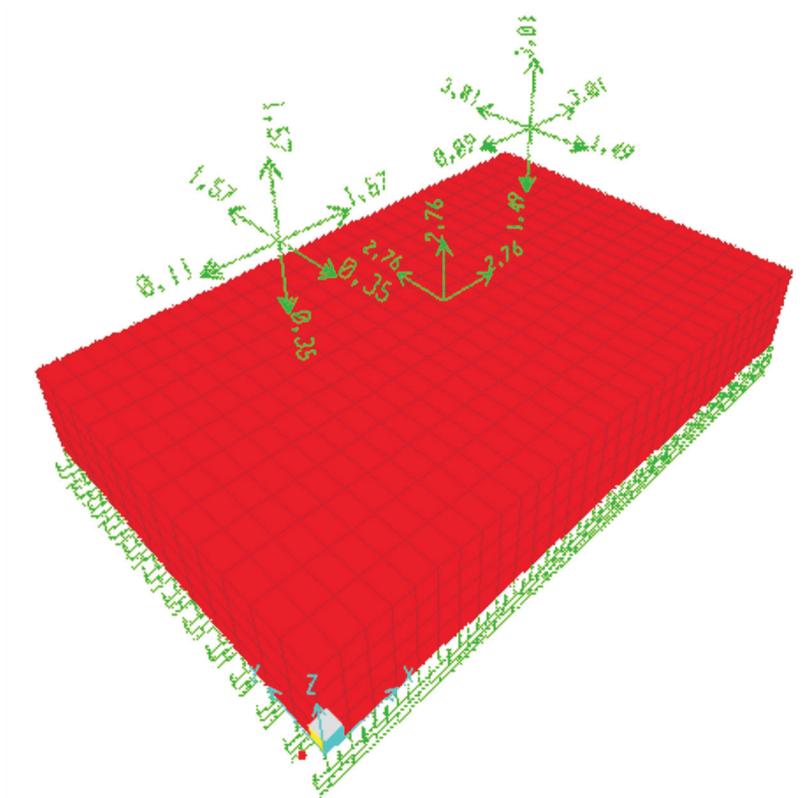


Figura 5 – Modelo adotado para o bloco de fundação, motor e bomba.

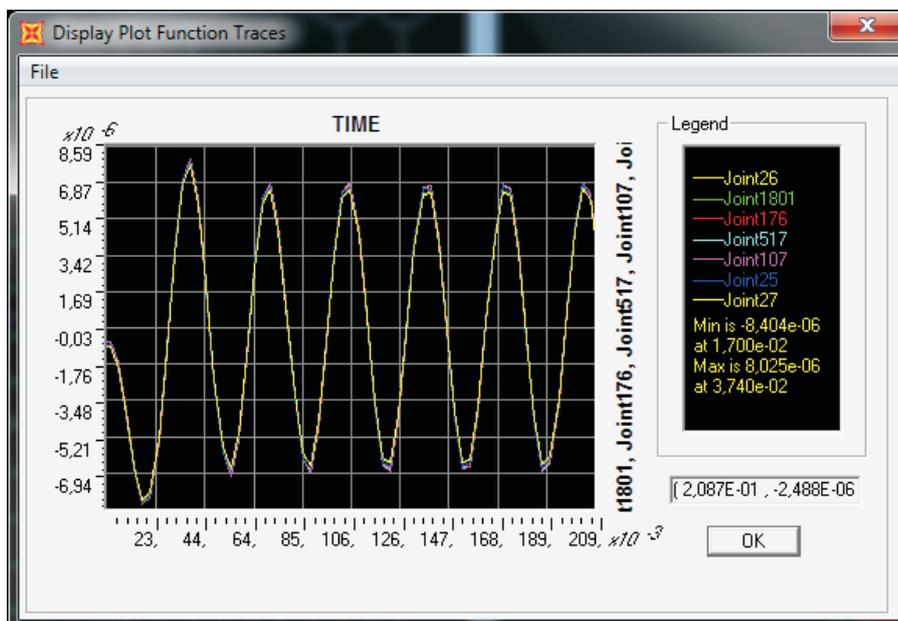


Figura 6 – Gráfico do SAP2000 que mostra a amplitude de oscilação.

de rigidez do solo como também seus coeficientes de amortecimento (apresentados no item 7.5).

A Figura 6 mostra o gráfico de amplitudes de oscilação calculado usando-se SAP 2000. Os pontos são escolhidos no modelo da fundação de modo a se obter os deslocamentos máximos e mínimos.

Observa-se à direita do gráfico que os valores máximos de deslocamento (em  $mm$ ) podem ser visualizados nessa tela junto com a legenda de cores indicativas das curvas, sendo que cada curva representa um ponto escolhido no modelo. A direção estudada nesse exemplo é a vertical, ou eixo Z, porém, o programa fornece resultados para os eixos das direções X, Y e Z.

O gráfico apresentado na Figura 7 mostra a velocidade efetiva em  $mm/s$ , vibração da fundação, dos mesmos pontos escolhidos e mostrados na Figura 5. Aqui também a direção estudada é a do eixo Z.

Pode-se comparar os resultados obtidos pelo método analítico utilizando-se à N-1848 [8] da Petrobras, com os resultados obtidos por meio do SAP 2000. A Tabela 5 mostra esses resultados.

**Tabela 5** – Resultados da solução analítica e do SAP 2000.

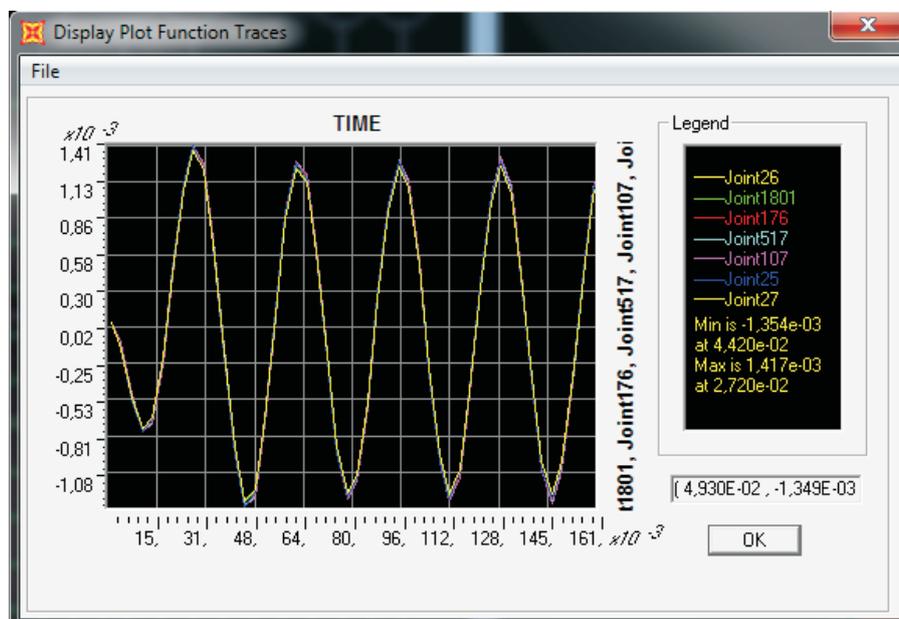
Procedimento	Amplitude de oscilação $\mu m$	Velocidade efetiva $mm/s$
Analítico	4,81	0,898
SAP 2000	8,4	1,35
Varição (%)	74,6	50,0

Observa-se que os resultados obtidos apresentam diferenças de  $3,59 \mu m$  na amplitude de oscilação e  $0,45 mm/s$  na velocidade efetiva. Em ambos os casos o procedimento analítico apresentou resultados inferiores aos resultados do SAP2000. Os valores encontrados, tanto pelo procedimento analítico quanto pelo SAP 2000, atendem ao deslocamento permissível, que nesse caso é de  $30 \mu m$ , valor recomendado pelas normas, e a velocidade de deslocamento (vibração) encontrada tanto pela solução analítica quanto por meio do SAP 2000, estão bem abaixo do limite aceitável pela N-1848 [8], faixa de severidade B, que é de  $4,5 mm/s$ .

## 8 Conclusões

Com base nos resultados obtidos no estudo de caso seguem-se algumas conclusões.

- Para fundações diretas em bloco a solução pelo MEF usando-se o SAP 2000 apresenta resultados superiores aos resultados obtidos pela solução analítica usando-se a N-1848 [8]. Para fundações diretas a solução pelo MEF por meio do SAP 2000 apresentou resultado 75% maior para amplitude de vibração, e 50% maior para a velocidade de vibração, que os resultados obtidos pela solução analítica usando-se a N-1848 [8].
- No entanto, os resultados diferentes, são compatíveis em ordem de grandeza, e no caso apresentado ambos atenderam os limites



**Figura 7** – Gráfico do SAP2000 que mostra a velocidade eficaz.

estabelecidos de velocidade de vibração e amplitude de vibração, tanto da ISO10816 [5] quanto da VDI 2056 [2].

- Verificou-se que a N-1848 [8] é aplicável e boa norteadora para os engenheiros projetistas de fundações de máquinas estacionárias rotativas, geradoras de cargas dinâmicas.
- Ao se projetar fundações complexas, e especialmente para sistemas flexíveis com vários graus de liberdade, deve-se fazer uso de programas computacionais como ferramentas práticas e eficientes na avaliação dinâmica da fundação. Essa é uma recomendação também contida no ACI 351.3R-04 [1], pelo motivo de facilitar os cálculos e representação do modelo estrutural da fundação.

## 9 Bibliografia

- [1] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. – Foundations for Dynamic Equipment. – ACI 351.3R-04, USA, 2004.
- [2] Association of German Engineers. Assessment criteria for mechanical vibrations of Machines. VDI manual vibration technology. – VDI guideline 2056. German, 1964.
- [3] DIN 4024, Part 1 – Machine Foundations – Rigid Foundations for Machinery Subjected to Periodic Vibration, Berlin, German, 1988.
- [4] DIN 4024, Part 2 – Machine Foundations – Rigid Foundations for Machinery Subjected to Periodic Vibration, Berlin, German, 1991.
- [5] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION – ISO 10816 –1 – Mechanical Vibration – Evaluation of Machine Vibration by Measurements on Non-rotating Parts – part 1: General guidelines, Genève, Switzerland, 1995.
- [6] MACHADO, F. G. Estudo do Comportamento de Fundações Submetidas a Vibrações de Máquinas. Dissertação de M. Sc. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2010.
- [7] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Vibração Mecânica de Máquinas com Velocidade de Operação de (600 a 12000) rpm – Bases para Especificação e Padrões de Avaliação. – NBR 10082, Rio de Janeiro, Brasil, 1987.
- [8] PETROBRAS – PETRÓLEO BRASILEIRO S.A. Projeto de Fundações de Máquinas. – N-1848 – REV. C, Rio de Janeiro, Brasil, 2011.
- [9] PRAKASH, S. Soil Dynamics, New York, USA, 1981.
- [10] PRAKASH, S.; PURI, V. K. Foundations for vibrating machines, Special Issue, April-May 2006, of the Journal of Structural Engineering, SERC, Madras. INDIA, 2006.
- [11] RICHART Jr., F. E.; WOODS, R. D.; HALL, Jr., J. R. Vibrations of Soils and Foundations, New Jersey, USA, 1970.
- [12] SRINIVASULU, P.; VAIDYANATHAN, C. V. Handbook of Machine Foundations. New Delhi, Índia, 1980.