

# Análise de Estrutura de Isogrid Submetida a Carregamentos Randômico e Senoidal

Élcio Cassimiro Alves<sup>1</sup>

## Resumo

O conceito de estruturas de isogrid surgiu no começo dos anos 70, quando a indústria aeronáutica necessitava de estruturas leves, mas com alta rigidez. Essas estruturas se tornaram ainda mais atraentes para projetos espaciais, devido ao alto custo que se tem para colocar cargas em órbita. O presente trabalho tem por objetivo apresentar as análises dinâmicas (Senoidal e Randômica) de uma estrutura isogrid. Essas análises têm por objetivo verificar os valores das máximas tensões geradas nos elementos, bem como as acelerações em alguns pontos da estrutura. Os pontos nos quais serão analisados os limites de acelerações, são locais onde serão colocados equipamentos com componentes sensíveis à acelerações elevadas. As análises randômica e senoidal serão realizadas utilizando-se o programa comercial de elementos finitos *MSC/NASTRAN*. O programa é composto de uma ferramenta de pós e pré processamento que possibilita a visualização do modelo de elementos finitos à medida que o mesmo é editado bem com a visualização dos resultados obtidos.

**Palavras-chave:** Isogrid, Análise Randômica, Análise Senoidal, Elementos Finitos.

## 1 Introdução

O conceito de estruturas isogrid surgiu no começo dos anos 70 quando McDonnell Douglas, (NASA, 1973) projetou e fabricou uma estrutura de casca enrijecida com um sistema triangular de *grids* regularmente espaçados. Mais tarde, (Rhodes e Mikulas, 1975) propuseram estudos com materiais compósitos para fabricação de estruturas tridimensionais mais leves e mais rígidas. Esse tipo de estrutura se tornou atrativa para a indústria aeronáutica que necessitava de estruturas leves, mas com rigidez elevada. Essas estruturas se tornaram ainda mais atraentes para os projetos espaciais, pois o custo para se colocar cargas em órbita é bastante elevado dependendo da forma de transporte e montagem. Alves (2001) apresenta estudo de otimização de estruturas submetida a vibrações aleatórias. Alves (2010) apresentam resultados de otimização estrutural para estruturas reticuladas submetidas a carregamento aleatório para estruturas reticuladas e Alves e Vaz (2013) apresenta resultados da otimização estrutural para estruturas de placas sanduíches submetidas a vibrações aleatórias.

Um exemplo de estrutura de isogrid é apresentado na Figura 1. Esse é o modelo de estrutura que foi utilizado na Estação Espacial Internacional.

O material da estrutura é alumínio, material de baixa massa específica, mas que devido a geometria da estrutural espacial, garante a mesma uma alta rigidez e uma excelente performance quando solicitada.



*Figura 1 – Exemplo de uma estrutura de isogrid a ser utilizada na ISS.*

<sup>1</sup> Universidade Federal do Espírito Santo, Av. Fernando Ferrari, 575, Goiabeiras Vitória – ES Brasil. Fone: 27-4009-2642. E-mail: elcio.calves1@gmail.com.

## 2 Análise Senoidal e Randômica no MSC/NASTRAN

### 2.1 Análise senoidal no MSC/NASTRAN

A análise senoidal no MSC/NASTRAN pode ser executada utilizando-se a formulação direta ou a formulação modal (*The MacNeal – Scwendler Corporation, 1975*).

Na formulação direta um sistema de equações de movimento acopladas deve ser resolvido por integração direta ou por superposição modal. Esse sistema é dado por:

$$\{-w^2[M] + iw[C] + [K]\} \{u\} = \{P\} \quad (1)$$

Na equação (1)  $[M]$  é a matriz de massa,  $[C]$  é a matriz de amortecimento,  $[K]$  é a matriz de rigidez,  $\{u\}$  é o deslocamentos da estrutura,  $\{P\}$  é o carregamento externo e  $w$  é o vetor dos autovalores.

Na formulação modal uma transformação de coordenadas e uma redução dinâmica é realizada de modo a gerar sistema de equações desacoplado. A solução desse sistema é apresentada na equação (2) e essa solução é obtida diretamente pela avaliação da expressão.

$$\{\delta_i\} = \frac{P_i}{-m_i w^2 + ib_i + k_i} \quad (2)$$

Na expressão  $\{\delta_i\}$  é o deslocamento generalizado,  $m_i$  é a massa generalizada,  $c_i$  é o amortecimento generalizado e  $k_i$  é a rigidez generalizada. Ao ser executada a redução dinâmica na formulação modal, tem-se como incógnita os primeiros modos naturais do sistema, reduzindo-se assim o número de incógnitas do sistema de equações e reduzindo-se dessa forma o esforço computacional para a solução do problema.

### 2.2 Análise Randômica no Msc/Nastran

A análise de vibração randômica no MSC/NASTRAN é tratada como um procedimento de redução de dados que é aplicado aos resultados de uma análise de resposta a frequência devido a uma carga unitária. Para esta análise, primeiramente analisa-se quais são as frequências de vibração devido ao carregamento. Essa informação será passada como entrada de dados para a análise randômica.

Para a análise de vibração randômica algumas quantidades importantes são definidas, dentre elas se destacam

**Função de Autocorrelação** de uma quantidade física variável:

$$R_j(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u_j(t) u_j(t - \tau) dt \quad (3)$$

onde  $t$  é o tempo,  $T$  é o período,  $u$  representa uma variável física (deslocamento, velocidade, aceleração) e  $R$  a função de autocorrelação.

**Função de Densidade Espectral de Potência (PSDF):**

$$S_j(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \left| \int_0^T e^{-iwt} u_j(t) dt \right|^2 \quad (4)$$

onde  $w$  é a frequência,  $S$  é a função de densidade espectral (PSDF).

Utilizando-se a teoria das Integrais de Fourier, (Meirovitch, 1975) demonstra que a função de autocorrelação e a função de densidade espectral de potência são transformas de Fourier uma da outra como:

$$R_j(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S_j(w) \cos(w\tau) dw \quad (5)$$

Aplicando-se o teorema da resposta média quadrática tem-se:

$$\bar{u}_j^2 = R_j(0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S_j(w) dw \quad (6)$$

onde  $\bar{u}_j$  é a resposta do sistema. No MSC/NASTRAN, a função de autocorrelação dada pela equação (3) é aproximada pela expressão abaixo (*The MacNeal – Scwendler Corporation, 1975*), assim:

$$R_j(\tau) = \frac{1}{2\pi\tau} \sum_{i=1}^{N-1} \left\{ \frac{S_j(w_{i+1}) - S_j(w_i)}{w_{i+1} - w_i} [\cos(w_{i+1}\tau) - \cos(w_i\tau)] + S_j(w_{i+1}) \sin(w_{i+1}\tau) - S_j(w_i) \sin(w_i\tau) \right\} \quad (7)$$

Nessa expressão assume-se que a densidade espectral de potência ( $S$ ) varia linearmente entre as frequências  $w_i$  e  $w_{i+1}$ . O valor da resposta,  $\bar{u}_j$ , é avaliado como a raiz quadrada de uma aproximação trapezoidal da Equação (6). (*The MacNeal – Scwendler Corporation, 1975*)

$$\bar{u}_j = \left[ \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N-1} [S_j(w_{i+1}) + S_j(w_i)] (w_{i+1} - w_i) \right]^{1/2} \quad (8)$$

Para a análise de vibração randômica a *PSDF* é tomada como uma aproximação da excitação original. Para a estrutura de isogrid em questão a *PSDF* aproximada é representada no gráfico da Figura 2.

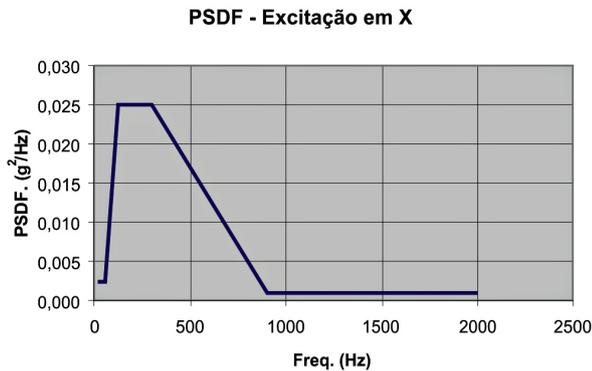


Figura 2 – Função de Densidade Espectral de Potência em X.

### 3 O Modelo de Elementos Finitos

Para a análise senoidal e randômica da estrutura, o modelo de elementos finitos proposto é o apresentado na Figura 3. O contorno da estrutura foi modelado com elementos de viga com seis graus de liberdade por nó. O preenchimento da estrutura foi modelado com elementos de placa quadrilaterais. Essa é uma idealização simplificada da estrutura original. Tanto para o contorno e o preenchimento da estrutura o material utilizado foi um alumínio que tem módulo de elasticidade  $E = 7 \times 10^7$  KN/m<sup>2</sup>, coeficiente de Poisson  $\nu = 0,33$  e massa específica:  $\rho = 2701$  kg/m<sup>3</sup>.

Nos pontos onde serão fixados equipamentos, essas cargas foram modeladas como massas concentradas na estrutura. Para as análises o *MSC/NASTRAN*

utiliza uma massa grande aplicada no CG da estrutura para simular o efeito da vibração devido o lançamento. Essa massa grande geralmente é tomada em torno de  $10^6$  vezes o valor da massa total da estrutura. Na modelagem cartões de dados adicionais são necessários para definir a faixa de frequência, conforme apresentado na Figura 2, que se deseja fazer a análise, a *PSDF* da excitação, bem como o amortecimento estrutural.

Para a análise considerou-se que a estrutura está sendo excitada pelo três pontos de apoio apresentados no modelo da Figura 3 e a resposta será analisada nos 6 pontos nodais com massas nodais previsto.

## 4 Resultados

### 4.1 Resultados da análise senoidal

Na Figura 4 estão mostradas as acelerações geradas nos pontos nodais, devido ao efeito excitação da massa grande aplicada no CG da estrutura. As acelerações geradas são devido aos três graus de liberdade de translação e aos três graus de liberdade de rotação nos pontos de aplicação das cargas.

Dos resultados apresentados na Figura 4 o caso mais crítico foi o da aceleração gerada no nó 140 devido ao efeito da translação imposta a massa grande na direção x, denominada no trabalho de translação 1 (t1\_140). Para esse caso a máxima aceleração gerada nos elementos foi de 46,13 (Grms).

Para esse caso foram analisadas as tensões nos elementos, com o objetivo de verificar se não ultrapassava a tensão de escoamento do material. Os resultados são apresentados na figura 5, onde a tensão máxima obtida foi de  $9,13 \times 10^6$  N/m<sup>2</sup> no elemento 163. Esse tensão é inferior a tensão de escoamento do material.

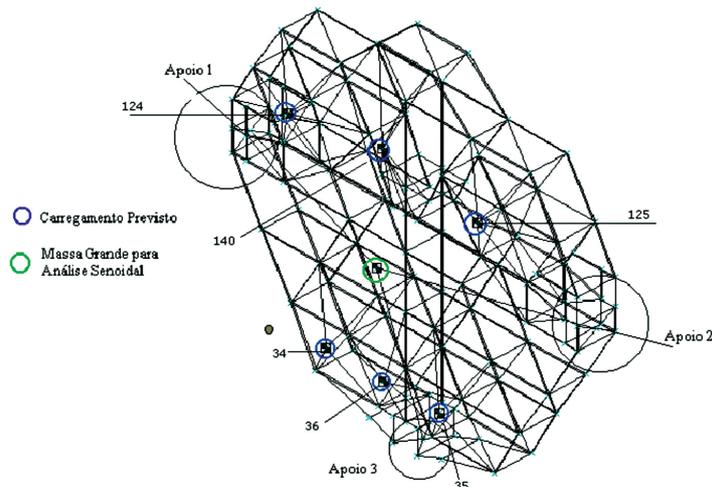


Figura 3 – Modelo de Elementos Finitos da Estrutura Analisada.

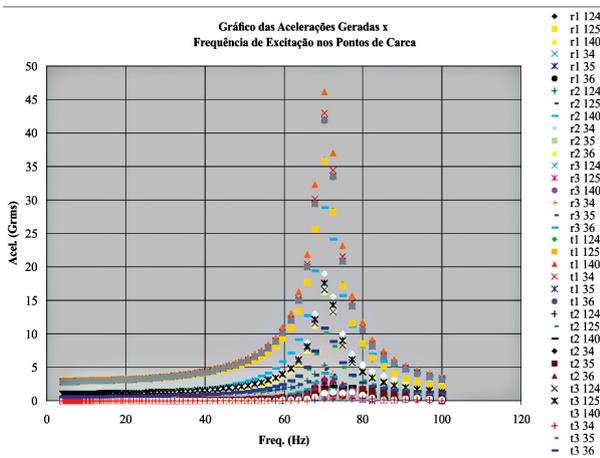


Figura 4 – Gráficos das Acelerações versus Frequências.

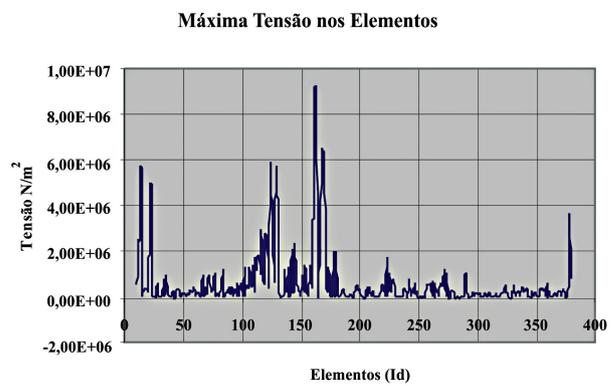
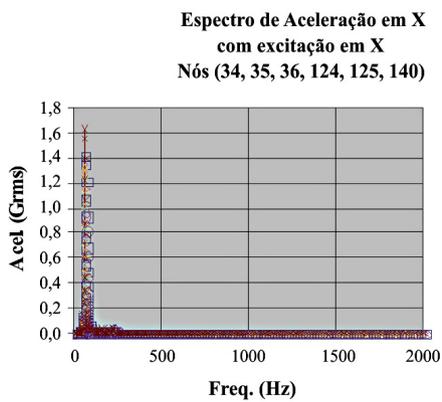
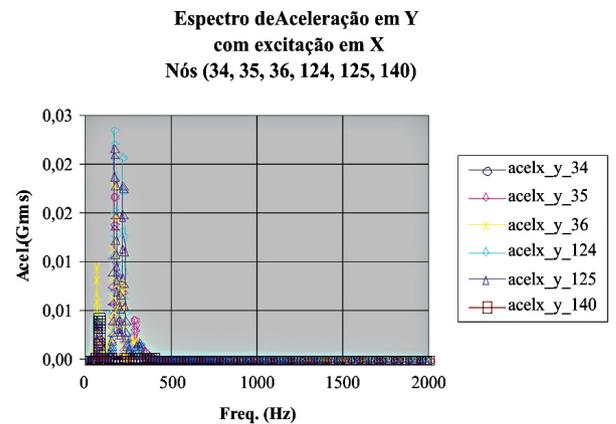


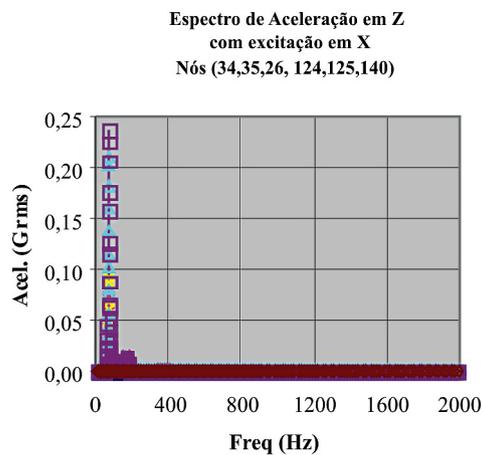
Figura 5 – Gráfico do caso mais crítico da Análise Senoidal.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.a – Espectro de Resposta da aceleração na direção X com excitação em X.  
b – Espectro de Resposta da aceleração na direção Y com excitação em X.  
c – Espectro de Resposta da aceleração na direção Z com excitação em X.

## 4.2 Resultados da análise randômica

Os gráficos das Figuras 6.(a, b, c), mostram os espectros das acelerações geradas nas direções X, Y e Z quando se tem um excitação randômica no eixo x dado pelo gráfico da Figura 2. Nesses três gráficos observa-se que o caso mais crítico ocorre na direção da excitação, (direção X). Para esse caso, a aceleração prevista em projeto é de 4,3 Grms. A máxima aceleração obtida foi de 1,8 (Grms) para uma frequência de 71 Hz, que corresponde a curva do nó 140. Novamente o resultado abaixo de previsto em projeto.

## 5 Conclusões

As análises realizadas para a estrutura foram análises preliminares para o desenvolvimento da otimização estrutural desse tipo de estrutura. A finalidade principal era permitir ao autor pudesse analisar os pontos críticos de tensão da estrutura para definir os elementos críticos para o problema de otimização estrutural.

A Figura 6 apresenta os gráficos com os nós críticos da análise estrutural para a aceleração nas direções X, Y e Z, definindo desta forma os pontos críticas e as variáveis críticas para o problema de otimização estrutural.

Na análise senoidal a aceleração gerada na estrutura e as tensões nos elementos estiveram bem abaixo dos valores preestabelecidos em projeto. A máxima tensão obtida em um dos elementos foi de 9,13 MPa que está muito abaixo da tensão de escoamento do alumínio, 65 MPa. Da mesma forma na

análise randômica, os espectros de acelerações obtidas, forneceram acelerações bem abaixo do previsto.

Com os resultados da análise estrutural, pode-se agora estabelecer com confiabilidade o problema de otimização estrutural.

## 6 Referências Bibliográficas

- ALVES, E. C.; Vaz, L. E., 2013 **Optimum design of plates structures under random loadings**. REM. *Revista Escola de Minas*, v. 66, p. 41-47.
- ALVES, E. C.; KATAOKA FILHO, M.; VAZ, L. E., 2010. **Análise de Sensibilidade e Otimização de Estruturas Submetidas a Vibrações Aleatórias**. *Engenharia Estudo e Pesquisa*, v. 10, p. 54-61.
- ALVES, E. C., 2001, **Análise de Sensibilidade e Otimização de Estruturas Submetidas a Vibrações Aleatórias**, Tese de doutorado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, Brasil.
- A. K., DONNELLY, K., SALAS, M, 2000, **Terrestrial Applications of a Composite Lattice Space Structure**.
- MEIROVITCH, L., 1975, *Elements of Vibration Analysis*, McGraw-Hill.
- NASA report no. CR124075, 1973, MacDonnell Douglas Astronautics Co.
- RHODES M.; MIKULAS M. M., 1975, **Composite Lattice Structures**, NASA Technical Memorandum, TM X-72771.
- The MacNeal – Scwendler Corporation *MSC/NASTRAN*, 1975, **Handbook for Dynamic Analysis**, Version 63.