

Dimensionamento Ótimo de Pilares Circulares de Concreto Armado Segundo a NBR 6118:2014

Francesco Mayer Sias¹
Élcio Cassimiro Alves²

Resumo

A área da engenharia responsável pelo dimensionamento de estruturas vive em busca da solução que melhor atenderá a vários parâmetros simultâneos como estética, custo, qualidade, peso entre outros. Por isto os processos de otimização se fazem necessários nesta área. Este trabalho tem como objetivo fazer um estudo sobre estes processos aplicados ao dimensionamento ótimo de pilares de concreto, com seção transversal circular, que atendam às prescrições da NBR 6118:2014. Foram estudados os casos dos pilares, de acordo com os tipos de solicitações e restrições, para que se possa desenvolver, via programação matemática um algoritmo de análise destes elementos. Com isto, foi implantado no *software* Matlab, um algoritmo de otimização, capaz de realizar um dimensionamento ótimo deste elemento levando em consideração na otimização tanto a seção de concreto, geometria e resistência, quanto a seção de aço. Exemplos numéricos são apresentados e comparados com o dimensionamento convencional via ábaco e com o *software* comercial Eberick V9 para comprovar a eficiência da formulação.

Palavras-chave: Dimensionamento; Circulares; *Software*; Otimização.

1 Introdução

O dimensionamento de estruturas em geral, e neste caso as de concreto armado, se dá usualmente por meio de processos iterativos a partir de uma geometria pré-definida pelo projetista. Baseado na sua experiência, obtém-se um projeto inicial das seções de concreto e aço. Em seguida são realizadas as verificações de resistência e comparadas com as solicitações atuantes para decidir se uma nova tentativa deve ser realizada, com a finalidade de redução dos custos do projeto, ou se o resultado encontrado já é satisfatório. Este processo é realizado sucessivamente pelo próprio executor até que julgue ter encontrado a melhor solução dentre as já testadas. Com isto, o tempo de projeto se torna muito longo além de não ser possível a garantia de que o dimensionamento ótimo tenha sido realizado uma vez que não foi realizada uma análise sistemática do problema.

Levando-se em conta as quantidades de variáveis relacionadas ao processo de dimensionamento, dificilmente a melhor solução para o projeto será encontrada desta forma sem que seja feito um estudo detalhado da situação. Para tanto deveria se obter uma expressão

que relacionasse como cada variável de projeto influência no objetivo que se pretende melhorar no projeto, que normalmente é o custo final desse. Analisando-se essa expressão em função dessas variáveis, seria possível comparar os projetos entre si e então, a partir de estudos, caminhar-se-ia para o projeto mais adequado a cada situação.

É nesse sentido que entra a pesquisa de técnicas de otimização aliadas à programação computacional para resolver os problemas relacionados ao dimensionamento estrutural. Essa técnica é trabalhada por meio de uma função objetivo em que se pretende encontrar a solução ótima (como o custo, o peso, a área da seção transversal ou qualquer outro parâmetro desejado), podendo as variáveis relacionadas a essa função terem restrições ou não. A otimização pode ser aplicada em várias situações ou problemas que se deseja melhorar e obter o desempenho máximo. Por isto esses métodos aplicados no dimensionamento de estruturas também são válidos e trazem benefício comprovado na busca de melhores resultados.

Existem diferentes técnicas para se encontrar a solução ótima de um determinado problema, dependendo

1 Mestre em Engenharia de Estruturas – Universidade Federal do Espírito Santo.
2 Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil – Universidade Federal do Espírito Santo.
Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, CEP 29075-910, Vitória, ES, Brasil.

das variáveis que estão sendo estudadas, do tipo de restrições e das características do problema em si. Pode-se destacar basicamente duas vertentes dos processos de otimização conhecidos atualmente. São eles: os métodos heurísticos e a programação matemática. Argolo (2000) apresenta formulação em algoritmos genéticos para o problema envolvendo otimização de pilares.

A utilização da programação matemática é muitas vezes impraticável pelo fato de ser muito difícil a aplicação das condições necessárias, que utilizam técnicas de derivação, para encontrar a solução ótima, principalmente nas funções não lineares, que são muito presentes no dimensionamento estrutural. Sias e Alves (2014) e Teles (2010) apresentam estudos comparativos para otimização de pilares comparando o método de programação quadrática sequencial, o método dos pontos interiores e algoritmos genéticos.

Por sua vez, os métodos heurísticos consistem em técnicas probabilísticas de procura da solução ideal com base nos princípios da genética de sobrevivência dos indivíduos mais adaptados à situação desejada. Dentre esses métodos, vale destacar o método dos Algoritmos Genéticos e o do Recozimento Simulado que tem sido bastante utilizado em trabalhos acadêmicos recentes sobre otimização aplicada ao dimensionamento de estruturas porque se adapta bem a estes problemas, já que não tem restrições quanto ao tipo de função, se ela é ou não derivável, linear ou não linear, contínua ou não, entre outras características. Esses métodos têm a desvantagem de demandarem maior esforço computacional quando comparados aos métodos determinísticos. Smanioto (2005) apresenta um estudo para dimensionamento automático de pilares submetido a flexão composta. Sias e Alves (2014) apresentam uma análise comparativa de métodos de solução de problemas de otimização para o problema de pilares submetidos a flexo-compressão oblíqua. Nesse trabalho comparou-se algoritmos genéticos, programação quadrática sequencial e o método dos pontos interiores e ficou constatado que para este tipo de problema o método dos pontos interiores se adequa melhor na determinação da solução. Sias e Alves (2015) apresentam um estudo de pilares submetidos a flexo-compressão com restrição na esbeltez e com liberação do f_{ck} como variável de projeto também. Tendo em vista a limitação mínima da NBR6118:2014 e as necessidades do aumento da resistência do concreto em algumas situações de projeto, o problema mostra-se compatível.

No presente trabalho busca-se apresentar a formulação do problema de otimização para pilares circulares submetido a flexo-compressão oblíqua. Para o desenvolvimento do problema de otimização foi utilizada a plataforma do Matlab para a programação

do problema. Para a solução do problema foi utilizado o método dos pontos interiores.

2 Dimensionamento Otimizado de Pilares Circulares

O dimensionamento otimizado da seção transversal de pilares de concreto envolve muitas variáveis e restrições para obedecer a todas as recomendações feitas nas normas vigentes. Vários limites são impostos, como dimensões mínimas da seção transversal, área mínima e máxima de aço, espaçamento entre as armaduras, efeitos de segunda ordem, a depender do índice de esbeltez do pilar, entre outros.

Além disto, o processo de otimização para ser bem sucedido depende de uma calibração bem concebida, com as diversas análises realizadas com o mínimo de aproximações, para que o processo se comporte o mais próximo do real possível e se consiga melhorar os parâmetros de minimização.

Também é necessário que se escolha o método de otimização adequado para cada situação com a finalidade de se obter um algoritmo mais eficiente que demande menos tempo de execução e forneça um resultado melhor. Para cada tipo de função e situação, algum tipo de algoritmo se torna mais indicado. Nesse caso, como será visto a seguir, as funções de restrições e objetivo serão todas contínuas e diferenciáveis, o que favorece a utilização dos métodos determinísticos. Portanto serão utilizados no *software* os algoritmos da programação quadrática sequencial e dos pontos interiores.

Desta forma, esta seção tem como objetivo expor as variáveis, função objetivo, restrições e recomendações que serão utilizados no software de dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado.

2.2 Variáveis do Problema

Aqui serão tratadas as principais variáveis que definirão todos os parâmetros de resistência e custo relacionados ao dimensionamento dos pilares retangulares. A partir dessas, serão elaboradas as funções objetivo e restrições que definirão de fato o problema que são:

- X_1 = diâmetro (d) da seção transversal do pilar;
- X_2 = área de aço da seção transversal;
- X_3 = profundidade da linha neutra em relação ao bordo mais comprimido da seção transversal;
- X_4 = inclinação da linha neutra;
- X_5 = f_{ck} do concreto.

Para ilustrar melhor essas variáveis pode-se observar na Figura 1.

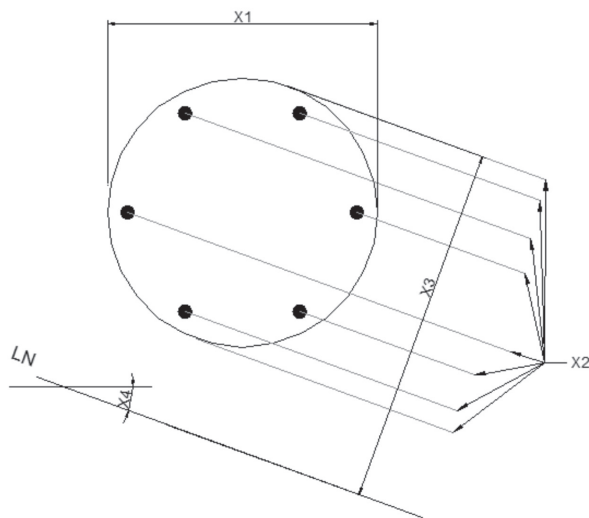


Figura 1 – Variáveis da seção transversal do pilar

2.3 Função Objetivo

Conforme já citado anteriormente, o objetivo que se pretende é minimizar o custo por metro da seção transversal de um pilar de acordo com as solicitações dadas. E no custo estão envolvidos vários aspectos como o preço dos materiais, preço de mão de obra, tempo gasto na produção, perdas, entre outros. No entanto serão padronizados alguns desses parâmetros, como o tempo gasto na produção e as perdas que são geradas, com auxílio de tabelas e índices que se utilizam na elaboração de orçamentos, por exemplo, com a finalidade de uniformizar os dados e viabilizar a confecção da função objetivo.

Sabe-se que o custo do aço é dado por peso, e esse varia de acordo com o diâmetro das barras para cada metro de comprimento. Ou seja, para cada diâmetro de barra, haverá um custo por metro. No entanto sabe-se qual o peso específico do aço (ρ_s), bem como o custo por unidade de peso (C_s), já incluindo nesse custo o preço do material e da mão de obra, e também a área de aço (A_s) que irá variar para cada problema, e será chamado de x_2 conforme definido anteriormente. O valor do aço por metro poderá então escrito da seguinte forma:

$$V_s = C_s \cdot \rho_s \cdot A_s \quad (1)$$

Definido o custo do aço deve-se agora estabelecer os parâmetros para calcular o custo do concreto que será utilizado. Esse custo é dado pelo volume de material utilizado. Os índices de produtividade também se baseiam nesse mesmo custo por unidade de volume. Dessa forma, é possível definir um parâmetro C_c que

será denominado de custo total do concreto por unidade de volume. Neste custo estarão englobadas as despesas com mão de obra e material. Para se chegar ao valor do concreto por metro de pilar, deve-se multiplicar pela área de concreto. Como neste trabalho serão tratadas apenas seções circulares, esta área será descrita da seguinte forma:

$$A_c = \frac{\pi x_1^2}{4} \quad (2)$$

e o valor do concreto por metro poderá então ser assim descrito

$$V_c = C_c \cdot A_c \quad (3)$$

E por fim, deve-se definir o custo das formas que irá integrar os outros custos citados para compor o preço final dos pilares. Tanto o custo do material quanto os índices de mão de obra disponíveis são especificados em função da área de forma gasta. Portanto será definido o parâmetro C_f como sendo o custo das formas, já englobando o preço do material e da mão de obra, por unidade de área. Para se obter o preço da forma por unidade de comprimento dos pilares deve-se então multiplicar este fator pelo perímetro do pilar que é descrito da seguinte forma:

$$2p = \pi \cdot x_1 \quad (4)$$

e assim, o valor das formas por unidade de comprimento do pilar será descrito por

$$V_f = C_f \cdot 2p \quad (5)$$

Com todos os parâmetros dos custos envolvidos na composição final dos pilares já definidos, é possível se determinar a expressão final do custo do pilar por unidade de comprimento. Essa expressão será a função objetivo do problema, a qual se pretende minimizar, sendo descrita por

$$F = V_s + V_c + V_f \quad (6)$$

Substituindo-se as equações (1), (3) e (5) na equação (6) tem-se:

$$F = C_s \rho_s x_2 + C_c \frac{\pi x_1^2}{4} + C_f \pi x_1 + \quad (7)$$

que será a função objetivo que este trabalho irá utilizar nos problemas para minimizá-la de acordo com cada situação de solicitações.

2.4 Funções de Restrição

Para a completa definição do problema devem-se determinar as restrições do problema, definindo-se assim os limites nos quais o algoritmo desenvolvido irá trabalhar para determinar o ponto ótimo. Dessa forma serão apresentadas as restrições inerentes ao problema a seguir.

2.4.1 Critérios de Resistência

O critério mais importante nos dimensionamentos de estruturas é o critério da resistência. É ele que garante a estabilidade do elemento, ou conjunto desses, implicando que a solicitação imposta à estrutura deve ser menor que a solicitação resistente. Ou seja:

$$\frac{N_R}{N_S} - 1 \geq 0 \quad \text{se} \quad N_S \neq 0 \quad (8)$$

$$\frac{M_{xR}}{M_{xS}} - 1 \geq 0 \quad \text{se} \quad M_{xS} \neq 0 \quad (9)$$

$$\frac{M_{yR}}{M_{yS}} - 1 \geq 0 \quad \text{se} \quad M_{yS} \neq 0 \quad (10)$$

A expressão utilizada para a força normal resistente de cálculo utilizada será a seguinte:

$$N_{Rd} = \left(\sum_{r=1}^{20} \sum_{b=1}^{36} \sigma_{c(r,b)} * A_{c(r,b)} \right) + \sum_{i=1}^n S(i) \quad (11)$$

$$\left[\frac{x_2}{n} \right] * \left(\sum_{i=1}^n \sigma_{S(i)} \right)$$

E as expressões utilizadas para os momentos de flexão resistentes de cálculo utilizadas serão as seguintes:

$$M_{Rxd} = \left(\sum_{r=1}^{20} \sum_{b=1}^{36} \sigma_{c(r,b)} * A_{c(r,b)} * y_{c(r,b)} \right) + \quad (12)$$

$$\left[\frac{x_2}{n} \right] * \left(\sum_{i=1}^n \sigma_{S(i)} * y_{S(i)} \right)$$

$$M_{Ryd} = \left(\sum_{r=1}^{20} \sum_{b=1}^{36} \sigma_{c(r,b)} * A_{c(r,b)} * x_{c(r,b)} \right) + \quad (13)$$

$$\left[\frac{x_2}{n} \right] * \left(\sum_{i=1}^n \sigma_{S(i)} * x_{S(i)} \right)$$

onde

$\sigma_{S(i)}$ = tensão atuante nas barras de aço seção transversal;

$\sigma_{c(r,b)}$ = tensão atuante nos elementos de concreto da seção transversal;

$A_{c(r,b)}$ = área dos elementos de concreto da seção transversal;

$x_{S(r,b)}$ e $y_{S(r,b)}$ = as coordenadas das barras de aço da seção transversal;

$x_{c(r,b)}$ e $y_{c(r,b)}$ = as coordenadas dos elementos de concreto da seção transversal;

A representação das coordenadas da seção transversal pode ser melhor entendida conforme a Figura 2.

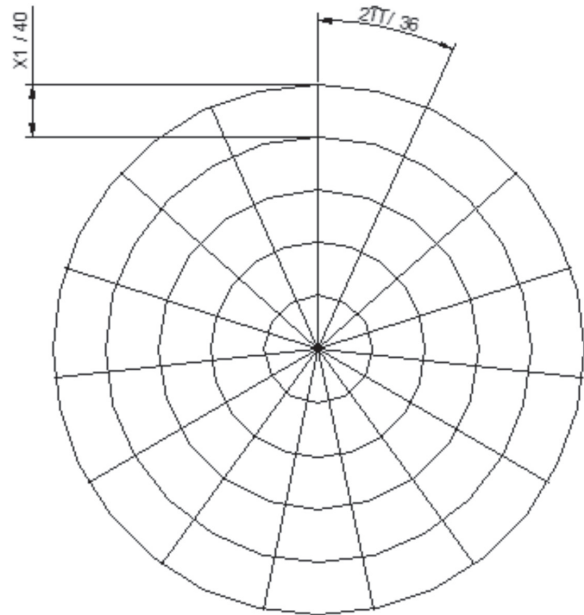


Figura 2 – Representação das coordenadas dos elementos de concreto da seção circular

Essas coordenadas foram subdivididas em 20 e 36 partes (r e b) para que o *software* conseguisse processar de uma forma não muito lenta e com uma precisão adequada, tendo em vista que quanto maior a subdivisão, maior o tempo de processamento, e quanto menor essa subdivisão, menor a precisão dos resultados.

As tensões atuantes nas barras e nos elementos de concreto dependerão da sua posição na seção transversal, por conta da linha neutra e da sua distância ao CG da seção, como pode ser observado na Figura 3.

2.4.2 Critérios dos Limites de Armadura

A NBR 6118:2014 recomenda que os pilares devam possuir uma armadura longitudinal mínima para garantir uma resistência adequada, bem como limita uma área máxima de armadura na seção transversal para que seja considerado “concreto armado” e também não seja violada nenhuma condição necessária de segurança. Dessa forma, essas funções ficam:

$$A_{S,min} = \left(0,15 * \frac{N_d}{f_{yd}} \right) \geq 0,004 * A_c \quad (14)$$

$$A_{S,máx} = 4,0\% * A_c \quad (15)$$

Com relação à restrição de armadura máxima da seção transversal, a NBR 6118:2014, em seu item 17.3.5.3.2, estabelece que a armadura máxima seja de 8% da área do concreto, devendo se considerar a região de traspasse inclusive. Como no traspasse das armaduras de um pavimento à outro, a área de aço é duplicada pelo fato de todas as armaduras serem normalmente traspassadas por outra de mesmo diâmetro, será considerada como área máxima de aço a metade do valor estabelecido na norma, ou seja, 4% da área de concreto.

Além dos limites da área total de aço a NBR 6118:2014, em seu item 18.4.2.2, ainda limita o espaçamento máximo e mínimo entre as armaduras longitudinais dos pilares. Segundo o texto dessa norma é estabelecido que:

$$esp_{min} = 20mm \geq \phi_{barra} \geq 1,2 \quad (16)$$

dimensão máxima agregado

$$esp_{máx} \leq 2 * \quad (17)$$

menor dimensão seção $\leq 400mm$

onde

esp_{min} = espaçamento mínimo entre barras longitudinais;

$esp_{máx}$ = espaçamento máximo entre barras longitudinais;

ϕ barra = é o diâmetro das barras longitudinais.

2.4.3 Critério dos Limites Geométricos

Além da taxa de aço e espaçamento entre armaduras, a NBR 6118:2014 também impõe restrições com relação à geometria da seção transversal. No caso das seções retangulares esta norma recomenda que não sejam projetados pilares com dimensões menores que o limite especificado e, além disso, a área da seção transversal também é limitada por esta norma. Dessa forma, tem-se também as restrições:

$$A_C - A_{min} \geq 0 \quad (18)$$

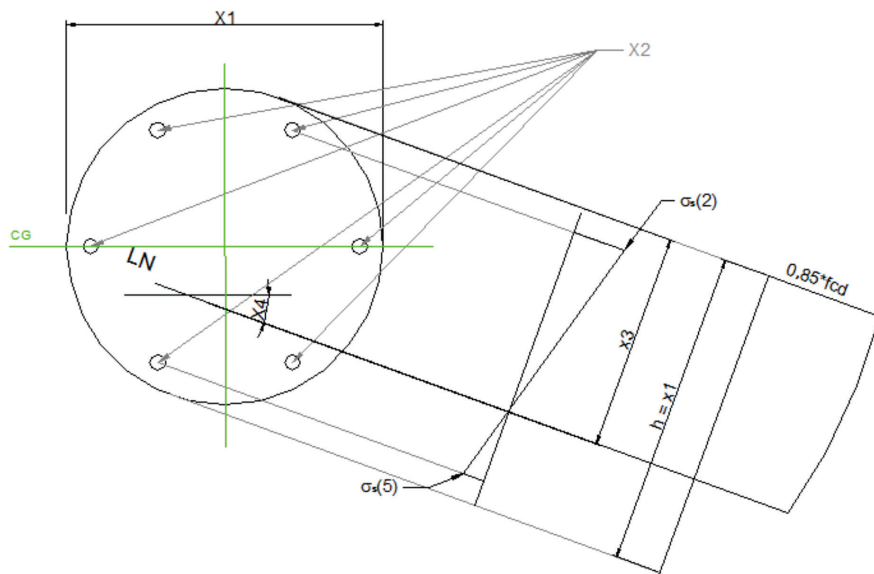


Figura 3 – Esforços Solicitantes na seção transversal do pilar

$$D - D_{\min} \geq 0 \quad (19)$$

onde $A_{\min}$, $D_{\min}$ são os limites da área e diâmetro mínimos da seção recomendados NBR 6118:2014.

A norma prescreve no seu item 13.2.3 que para pilares com dimensões inferiores a 19 cm, e com limite mínimo de 14 cm, seja adicionado um coeficiente de majoração das cargas solicitantes. Para efeito de simplificação, serão considerados no *software*, apenas pilares com dimensões maiores que 19 cm.

Além disto, a área mínima da seção transversal, segundo a referida norma, deve ser 360 cm².

2.4.4 Definição do Problema Final

Expostas todas variáveis e funções relativas ao problema pode-se descrevê-lo conforme formulações apresentadas a seguir. O algoritmo implementado irá utilizar essas informações para que, por meio da programação matemática, consiga calcular o resultado otimizado da seção transversal de um pilar, dados as solicitações.

Minimizar:

$$F = C_s \rho_s x_2 + C_c \frac{\pi x_1^2}{4} + C_f \pi x_1 \quad (20)$$

Submetido à:

$$\frac{N_R}{N_S} - 1 \geq 0 \quad \text{se} \quad N_S \neq 0 \quad (21)$$

$$\frac{M_{xR}}{M_{xS}} - 1 \geq 0 \quad \text{se} \quad \frac{M_{xR}}{M_{xS}} - 1 \geq 0 \quad (22)$$

$$\frac{M_{yR}}{M_{yS}} - 1 \geq 0 \quad \text{se} \quad M_{yS} \neq 0 \quad (23)$$

$$x_3 - 0,004x_1 * x_2 \geq 0 \quad (24)$$

$$0,04x_1 * x_2 - x_3 \geq 0 \quad (25)$$

$$esp_{longit.} - esp_{\min} \geq 0 \quad (26)$$

$$esp_{\max} - esp_{longit.} \geq 0 \quad (27)$$

$$x_1 * x_2 - A_{\min} \geq 0 \quad (28)$$

$$x_1 - b_{\min} \geq 0 \quad (29)$$

$$x_2 - h_{\min} \geq 0 \quad (30)$$

3 Análises Numéricas

Para comprovar a eficiência e reafirmar a importância do *software* de dimensionamento otimizado de pilares desenvolvido, esta seção trará alguns exemplos da literatura com soluções conhecidas, e fará análises.

Se comprovada a consistência da análise e verificada a redução do custo destes pilares, será por consequência validada a eficiência e aplicabilidade do dimensionamento otimizado de pilares por meio das técnicas de programação matemática.

O programa foi desenvolvido em Matlab e a interface segue na Figura 4. Foi utilizada nessa programação a função do Matlab “fmincon”, que tratou do método de otimização por meio da programação matemática, e neste caso específico foi utilizado o método dos pontos interiores.

Como pode ser observado na Figura 4, o usuário poderá escolher otimizar somente a seção transversal do pilar, bem como o cálculo ótimo da taxa de armadura, bem como ele poderá escolher a otimização da seção transversal em conjunto com a resistência característica do pilar (f_{ck}). No caso de ter o f_{ck} também como variável de projeto será imposto como limite inferior a resistência de acordo com a agressividade do ambiente. Os custos unitários, foram tomados baseado numa tabela local de referências de preços, mas esses valores podem ser editados e trocados de acordo com outras realidades. O custo final será dado em função das variáveis de projeto escolhidas e a seção ótima apresentada.

3.2 Exemplos

Serão dimensionados quatro pilares por meio dos processos tradicionais dos ábacos de iteração. Será utilizado para tanto os ábacos de Montoya, Mesenguer e Morán (1973). Além disso, utilizou-se o *software* comercial Eberick V9 para verificar a validade do problema.

Será adotado o peso específico do aço como $\rho_s = 7.850 \text{ kg/m}^3$ conforme sugerido na ABNT 6118:2014.

Além disto, será considerado $C_s = \text{R\$ } 6,43/\text{kg}$, $C_f = \text{R\$ } 45,00/\text{m}^2$ e $C_c (f_{ck} 20) = \text{R\$ } 311,27/\text{m}^3$, $C_c (f_{ck} 25) = \text{R\$ } 322,32/\text{m}^3$, $C_c (f_{ck} 30) = \text{R\$ } 331,53/\text{m}^3$, $C_c (f_{ck} 35) = \text{R\$ } 341,66/\text{m}^3$, $C_c (f_{ck} 40) = \text{R\$ } 351,70/\text{m}^3$, $C_c (f_{ck} 45) = \text{R\$ } 387,27/\text{m}^3$, $C_c (f_{ck} 50) = \text{R\$ } 445,00/\text{m}^3$

(valores obtidos da tabela SINAPI da Caixa Econômica Federal, para o mês de Junho/2014, referente à cidade de Vitória – ES).

Na Tabela 1 é possível identificar as seções de concreto que serão utilizadas no dimensionamento dos pilares circulares com objetivo de serem dimensionada pelos métodos tradicionais, e pelo *software* para que sejam comparadas.

Na Tabela 2 são apresentados quatro resultados para cada seção para que sejam comparados. O primeiro resultado é o resultado obtido pelos ábacos tradicionais. O segundo resultado é obtido pelo *software* de otimização com a seção transversal do pilar e f_{ck} do concreto constantes. O terceiro resultado foi obtido com a seção transversal do pilar podendo variar e o f_{ck}

do concreto constante. E por fim, o quarto resultado foi obtido para todos os parâmetros do pilar podendo variar para se obter a seção ótima.

Conforme se observa na Tabela 2, a otimização dos pilares circulares, quando comparado com o dimensionamento tradicional, propiciou economias significativas nas seções. Essa economia foi verificada inclusive quando foram utilizados os parâmetros de entrada do diâmetro e f_{ck} fixos.

Na Tabela 3 foram comparados os resultados obtidos pelo software de dimensionamento ótimo desenvolvido com um *software* de dimensionamento de elementos de concreto armado amplamente reconhecido pelo mercado.

Tabela 1 – Seções de concreto para estudo.

Seção	Le (m)	D (cm)	d' (cm)	N_d (kN)	M_{xd} (kN)	f_{ck} (Mpa)	f_{yk} (kN/cm ²)
1	3	40	2	449	90	25	50
2	3	40	2	2916	117	25	50
3	3	50	5	1752	385	25	50
4	3	45	4,5	1703	204	30	50

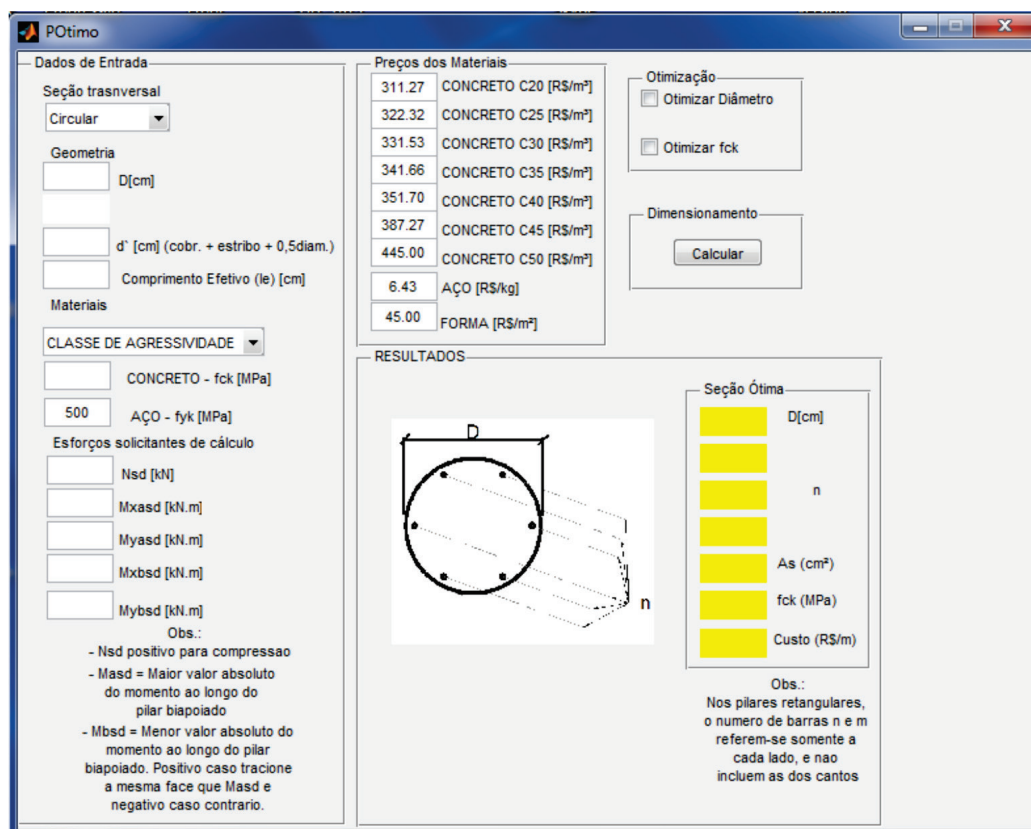


Figura 4 – Interface do programa para otimização de pilares

Tabela 2 – Comparação do dimensionamento pelos ábacos.

		D (cm)	As (cm ²)	f _{ck} (Mpa)	CUSTO (R\$/m)	DIF (%)
1	ÁBACOS	40	7,94	25,0	R\$ 137,13	0%
	SEÇÃO E f _{ck} FIXOS	40	5,03	25,0	R\$ 122,42	-11%
	SEÇÃO VAR. E f _{ck} FIXO	39,28	4,85	25,0	R\$ 119,07	-13%
	SEÇÃO ÓTIMA	34,29	3,70	44,7	R\$ 102,72	-25%
2	ÁBACOS	40	56,39	25,0	R\$ 381,66	0%
	SEÇÃO E f _{ck} FIXOS	40	44,13	25,0	R\$ 319,80	-16%
	SEÇÃO VAR. E f _{ck} FIXO	51,79	10,06	25,0	R\$ 191,89	-50%
	SEÇÃO ÓTIMA	39,79	10,06	45,9	R\$ 156,45	-59%
3	ÁBACOS	50	66,55	25,0	R\$ 469,88	0%
	SEÇÃO E f _{ck} FIXOS	50	51,33	25,0	R\$ 393,06	-16%
	SEÇÃO VAR. E f _{ck} FIXO	63,14	12,53	25,0	R\$ 253,43	-46%
	SEÇÃO ÓTIMA	53,77	9,08	45,0	R\$ 209,79	-55%
4	ÁBACOS	45	36,11	30,0	R\$ 298,60	0%
	SEÇÃO E f _{ck} FIXOS	45	19,50	30,0	R\$ 214,77	-28%
	SEÇÃO VAR. E f _{ck} FIXO	48,94	7,52	30,0	R\$ 169,51	-43%
	SEÇÃO ÓTIMA	43,58	5,96	45,0	R\$ 149,46	-50%

Tabela 3 – Comparação do dimensionamento pelo Eberick V9.

		D (cm)	As (cm ²)	f _{ck} (Mpa)	CUSTO (R\$/m)	DIF (%)
1	EBERICK	40	7,07	25,0	R\$ 132,74	0%
	SEÇÃO E f _{ck} FIXOS	40	5,03	25,0	R\$ 122,42	-8%
	SEÇÃO VAR. E f _{ck} FIXO	39,28	4,85	25,0	R\$ 119,07	-10%
	SEÇÃO ÓTIMA	34,29	3,70	44,7	R\$ 102,72	-23%
2	EBERICK	40	46,24	25,0	R\$ 330,45	0%
	SEÇÃO E f _{ck} FIXOS	40	44,13	25,0	R\$ 319,80	-3%
	SEÇÃO VAR. E f _{ck} FIXO	51,79	10,06	25,0	R\$ 191,89	-42%
	SEÇÃO ÓTIMA	39,79	10,06	45,9	R\$ 156,45	-53%
3	EBERICK	50	58,31	25,0	R\$ 428,30	0%
	SEÇÃO E f _{ck} FIXOS	50	51,33	25,0	R\$ 393,06	-8%
	SEÇÃO VAR. E f _{ck} FIXO	63,14	12,53	25,0	R\$ 253,43	-41%
	SEÇÃO ÓTIMA	53,77	9,08	45,0	R\$ 209,79	-51%
4	EBERICK	45	21,99	30,0	R\$ 227,34	0%
	SEÇÃO E f _{ck} FIXOS	45	19,50	30,0	R\$ 214,77	-6%
	SEÇÃO VAR. E f _{ck} FIXO	48,94	7,52	30,0	R\$ 169,51	-25%
	SEÇÃO ÓTIMA	43,58	5,96	45,0	R\$ 149,46	-34%

Como pode ser visualizado, o dimensionamento ótimo também apresentou melhores resultados quando comparado ao *software* Eberick V9. Dessa forma fica justificada a utilização do *software* de otimização dos pilares circulares.

4 Conclusões

Após análise dos resultados das Tabelas 2 e 3, concluiu-se que a formulação do problema é válida tendo em vista os resultados obtidos.

Obteve-se uma redução dos custos dos pilares em todas as situações, quando se comparou o resultado otimizado com o dimensionamento feito via ábaco e com o *software* comercial Eberick V9, de modo a atender a todos os critérios estabelecidos pela NBR 6118:2014.

Observa-se ainda na Tabela 2 que a melhor solução do problema de otimização foi obtida quando tornou f_{ck} também como uma variável do projeto. Tendo em vista que o concreto é mais barato do que o aço, o programa tende a aumentar o valor do f_{ck} .

Após as resoluções de problemas pelos métodos tradicionais de dimensionamento, e comparados os resultados obtidos com os do *software* de dimensionamento ótimo, verificou-se que este teve sua eficiência comprovada, uma vez que chegou a ter um redução do custo inicial do dimensionamento realizado via ábaco de mais de 50% em algumas situações, além de também ser viabilizada sua utilização nos projetos de concreto armado para auxiliar o projetista na escolha das seções de pilares circulares mais econômicas.

5 Referências

ARGOLO, W. P.; **Otimização de seções de concreto armado submetidas à flexo-compressão reta utilizando algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 6118 **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

BASTOS, E. A. **Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Submetidas à Flexo-Compressão Oblíqua Utilizando Algoritmos Genéticos**. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M.; **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto**. São Paulo: PINI, 2009, 589 p., Volume 2.

FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto: Solicitações Normais**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois, 1995, 464p.

MATLAB, **Optimization toolbox user's guide**. Natick: Mathworks, 2007.

MONTOYA, Jimenez, MESEGUER, A. Garcia e CABRE, F. Moran. **Hormigon Armado**. Editorial Gustavo Gili, S. A. Barcelona, 1973.

SIAS, F. M, ALVES, E. C. **Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado segundo a ABNT NBR 6118:2014**, Revista Engenharia Estudo e Pesquisa, p. 46-57, 2015.

SIAS, F. M, ALVES, E. C. **Dimensionamento otimizado de pilares de concreto armado segundo NBR 6118:2014**, Revista Eletrônica de Engenharia Civil, v. 9, p. 16-32, 2014.

SMANIOTTO, A. **Dimensionamento e Detalhamento Automático de Pilares Retangulares Submetidos à Flexão Composta Oblíqua**. 2005. 120f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2005.

TELES, M. L.; GOMES, H. M. **Comparação de algoritmos genéticos e programação quadrática sequencial para otimização de problemas em engenharia**. Rev. Teoria e prática na Engenharia Civil. Rio Grande, n. 15, p. 29-39, 2010.

VIANNA, L. C. C. **Otimização de seções transversais de concreto armado: aplicação a pórticos**. 2003. 127f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.