

Dimensionamento Direto de Pilar Esbelto, Concretos C20 a C90

Roberto Buchaim¹
Celso Pissinatti²

Resumo

O presente trabalho mostra o dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado em flexão composta normal, por intermédio de programa eletrônico, de seções retangulares com armadura dupla e simétrica. Aplica-se a teoria da curvatura aproximada, a qual tem a vantagem de obter diretamente a armadura do pilar sem necessidade de iteração e sem o cálculo prévio do momento solicitante total. Esse momento, igual ao momento resistente do Estado Limite Último, resulta da soma dos momentos de primeira e de segunda ordem, esse último decorrente da ação da força axial de compressão e da esbeltez do pilar. O enfoque está na descrição do programa eletrônico, desenvolvido especificamente para os casos de pilares biarticulados e em balanço, abrindo-se também a possibilidade de dimensionamento da seção transversal para a atuação combinada da força normal de compressão e do momento de flexão, seja qual for sua origem. Além da consideração de concretos dos grupos de resistência 1 ($20 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$) e 2 ($55 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$), esse último introduzido na NBR 6118: 2014, corrige-se a deformada do pilar, usualmente admitida como senoidal, de modo a levar em conta a distribuição de momentos de flexão de primeira ordem e das respectivas curvaturas ao longo da altura do pilar. Eliminam-se, com isso, erros no momento solicitante que podem chegar aos extremos + 25% e - 16,7% nos casos de carga usuais.

Palavras-chave: pilar esbelto, seção retangular, curvatura aproximada, correção da deformada.

1 Introdução

O dimensionamento de pilar esbelto, pertencente a pórtico espacial (edifícios, galpões industriais, pontes) pressupõe sua análise global, hajam ou não efeitos de segunda ordem. Na sequência examina-se localmente o lance do pilar sujeito aos momentos de extremidade e eventualmente às cargas transversais ao seu eixo (Figura 1) Uma ação que deve ser incluída, mas apenas na análise local e no subsequente dimensionamento, refere-se à imperfeição geométrica do lance, ou falta de retilinearidade, quantificada como indica a NBR 6118: 2014, no item 11.3.3.4.2 e Figura 11.2, por meio do ângulo θ_1 do qual se obtém a excentricidade com $e_a = \theta_1 \frac{l_e}{2}$, sujeita ao valor mínimo $e_a \geq \frac{h}{30}$, onde l_e é o comprimento equivalente do pilar. Ambas as condições estão dadas no MC 2010, item 7.3.7.1 e no Code SIA 262:2003, item 4.3.7.5. O lance com momentos de extremidade geralmente diferentes é transformado equivalentemente no pilar padrão, por

definição fletido em curvatura simples e simétrica em relação à seção média. Essa transformação, cf. item 15.8.2(a) da mesma norma, se faz com o coeficiente α_b , de modo que em ambas as extremidades passa a atuar $\alpha_b M_{Ad}$, tracionando cada qual a mesma face do pilar. O coeficiente α_b é dado pela seguinte equação:

$$1 \geq \alpha_b = 0,6 + 0,4 (M_{Bd}/M_{Ad}) \geq 0,4 \quad (1)$$

onde: M_{Ad} é o momento de extremidade de maior módulo, ou seja, $|M_{Ad}| \geq |M_{Bd}|$, e é considerado positivo, enquanto M_{Bd} pode ser positivo ou negativo, de modo que o quociente M_{Bd}/M_{Ad} é positivo se ambos os momentos tracionarem a mesma face do pilar, e negativo em caso contrário.

2 Base Teórica do Dimensionamento

Uma vez transformado o lance real no pilar padrão pode-se aplicar a teoria que segue, resumidamente

1 Prof. Dr. Departamento de Estruturas do Centro de Tecnologia e Urbanismo da Universidade Estadual de Londrina, robbuch@uel.br
2 Formando em Engenharia Civil, Universidade Estadual de Londrina, celsopissinatti@hotmail.com

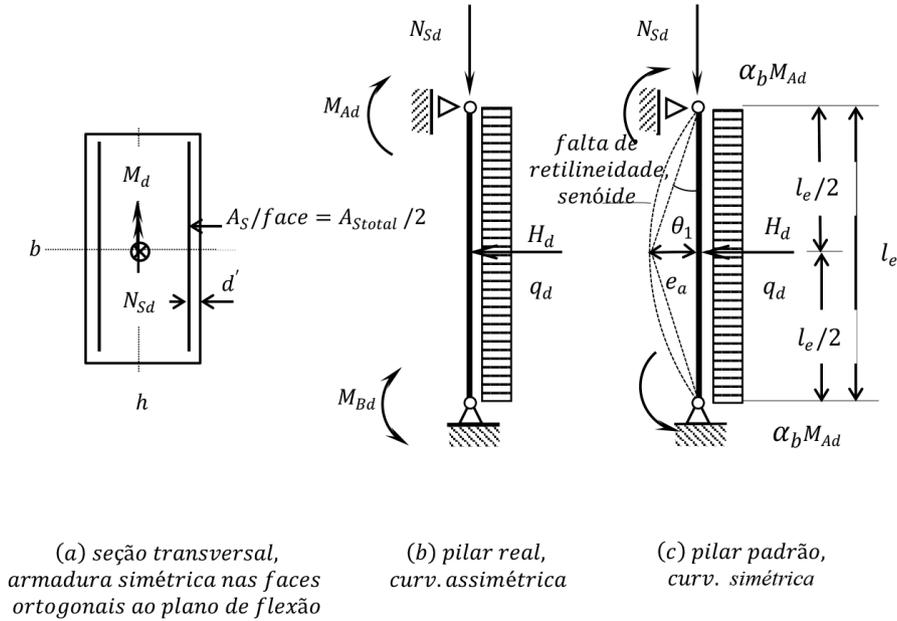


Figura 1 – Pilar real fletido em curvatura assimétrica transformado no pilar padrão.

descrita, na qual se indicam os detalhes incluídos no programa eletrônico. O método da curvatura aproximada refere-se ao ramo descendente da curva de interação entre momento de flexão e força normal no estado limite último, formado pelos domínios 4 e 5, em que possivelmente se incluem a maioria dos pilares de edifícios, e mesmo pilares de pontes e de galpões industriais, se considerados em balanço. O referido ramo descendente é linearizado entre a divisa dos domínios 3 e 4 e a compressão pura. Da mesma forma a curvatura da seção é linearizada nesse mesmo intervalo da força normal, entre o valor correspondente ao momento do fim da divisa dos domínios 3 e 4, pela expressão adimensional seguinte, e o valor nulo da compressão pura:

$$\kappa_y = \frac{10^3 h}{r} = \frac{2\bar{\epsilon}_{yd}}{1 - 2\delta'}, f_{yd} = 435 \text{ MPa},$$

$$CA - 50, E_s = 210 \times 10^3 \text{ MPa} \quad (2)$$

$$\bar{\epsilon}_{yd} = 10^3 f_{yd} / E_s, \delta' = d' / h$$

Para que os resultados sejam fiéis à solução mais precisa, o cobrimento das camadas de armadura deve ser tal que a armadura comprimida esteja também em escoamento na divisa dos domínios 3 e 4, para o aço CA-50 fica garantido pela seguinte condição:

$$\delta' = d' / h \leq (\epsilon_{cu} - \epsilon_{yd}) / (2\epsilon_{cu}) \quad (3)$$

As deformações específicas que aí aparecem são assim definidas:

– encurtamento último do concreto: $\epsilon_{cu} = 3,5\%$ se

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa},$$

$$\epsilon_{cu} = [2,6 + 35 \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4] \%$$

$$50 \text{ MPa} < f_{ck}, 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa},$$

– deformação do aço no início do patamar de escoamento: $\epsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$, com $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$, no caso $E_s = 210 \text{ GPa}$, $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$, $\gamma_s = 1,15$. Para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ a razão entre cobrimento e altura $\delta' = d' / h$ pode chegar até 0,20, para $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$ o quociente decresce com f_{ck} e diminui a 0,10 para $f_{ck} = 90 \text{ MPa}$.

O momento resistente do ELU no ramo descendente da curva de interação é posto então em função da força normal, no intervalo entre a força normal da divisa 3/4 e a força normal de compressão pura, notando-se que na divisa 3/4 a força normal resistente é exclusivamente a da seção de concreto apenas, pois as forças na seção metálica são iguais em intensidade mas têm sentidos opostos, verificada a expressão (3). Em termos adimensionais o momento resistente no ramo descendente se escreve:

$$\mu_d = [\mu_{c,3/4} + \omega_{d,tot} (0,5 - \delta')] \left(\frac{1 + \omega_{d,tot} - v_d}{1 + \omega_{d,tot} - v_{c,3/4}} \right),$$

$$\omega_{d,tot} = \frac{A_{s,tot}}{bh} \frac{f_{yd}}{0,85 f_{cd}} \quad (4)$$

O momento solicitante total na seção central do pilar padrão é igual à soma do momento total de primeira ordem e do momento de segunda ordem, resultante do efeito da esbelteza do pilar, dado pelo produto da força normal pela excentricidade causada por deformação de flexão de seu eixo, ou seja:

$$M_{Sd,tot} = M_{1d} + M_{2d} \quad (5)$$

$$= \left(N_{Sd} e_a + \alpha_b M_{Ad} + q_d \frac{l_e^2}{8} + H_d \frac{l_e}{4} \right) + N_{Sd} e_a$$

Nessa expressão, tem-se:

– excentricidade por falta de retilinearidade:

$$e_a = \theta_1 \frac{l_e}{2} \geq (0,015 + 0,03 h), \quad h \text{ em metros, com}$$

$$\frac{1}{300} \leq \theta_1 = \frac{1}{100 \sqrt{l_e}} \leq \frac{1}{200} \quad \text{para pilar biarticulado}$$

e $\theta_1 = \frac{1}{200}$ para pilar em balanço;

– momento de primeira ordem (para as ações cf. Figura 1)

$$M_{1d} = N_{Sd} e_a + \alpha_b M_{Ad} + q_d \frac{l_e^2}{8} + H_d \frac{l_e}{4}$$

– excentricidade de segunda ordem (produzida por momento fletor)

$$e_2 = \frac{1}{c} \left(\frac{l_e}{r_o} \right)$$

Em termos adimensionais divide-se a expressão (5) por $0,85 f_{cd} b h^2$, donde:

$$\mu_{Sd,tot} = \mu_{1d} + \mu_{2d} = \mu_{1d} + \frac{10^{-3}}{c} v_{Sd} \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 \kappa_0$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{0,85 f_{cd} b h^2}$$

$$v_{Sd} = \frac{N_{Sd}}{0,85 f_{cd} b h} \quad (6)$$

$$\kappa_0 = \frac{10^3 h}{r_o} = \kappa_y \left(\frac{1 + \omega_{d,tot} - v_d}{1 + \omega_{d,tot} - v_{c,3/4}} \right)$$

A curvatura da seção central do pilar padrão é $\frac{1}{r_o}$ e seu valor adimensional $\kappa_0 = \frac{10^3 h}{r_o}$. A constante c , que em primeira aproximação pode ser igualada a $\pi^2 \cong 10$, é corrigida para levar em consideração os carregamentos que atuam em cada caso particular;

onde:

$$c = \alpha_d \pi^2 + (1 - \alpha_d) \frac{\sum_{i=1}^n M_{1d,i}}{\sum_{i=1}^n \frac{M_{1d,i}}{C_i}} \quad (7)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{d,cr}}, N_{d,cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{sec}}{l_e^2}$$

n – é o número de casos de carga em questão;

$M_{1d,i}$ – momento de flexão máximo de primeira ordem do i -ésimo carregamento;

$(EI)_{sec} = M_{Sd,tot} r_0 = 10^3 b h^3 (0,85 f_{cd}) \frac{\mu_{Sd,tot}}{\kappa_0}$ é a rigidez secante da seção;

c_i – coeficiente correspondente ao i -ésimo carregamento, dependente da distribuição de curvatura de primeira ordem ao longo da barra.

Na barra biapoada, sujeita à ação de:

- (a) falta de retilinearidade, com a excentricidade máxima e_a da deformada senoidal $c_i = \pi^2$;
- (b) carga uniformemente distribuída q_d em toda altura equivalente $c_i = 9,6$;
- (c) força horizontal H_d concentrada na seção média do pilar $c_i = 12$;
- (d) momentos M_{0d} iguais nas extremidades, traçando a mesma face do pilar $c_i = 8$.

Na barra em balanço, engastada na base e de altura $l_b = \frac{l_e}{2}$:

- (e) falta de retilinearidade, com a excentricidade máxima e_a da deformada senoidal $c_i = \pi^2$;
- (f) carga uniformemente distribuída q_d em toda altura $c_i = 16$;
- (g) força horizontal H_d concentrada no topo do pilar $c_i = 12$;
- (h) momento M_{0d} aplicado no topo $c_i = 8$.

A igualdade dos momentos resistente e solicitante leva à solução do problema, determinando a taxa mecânica da armadura para a dada força normal solicitante:

$$b_{\kappa} = \frac{\mu_{c,3/4} - A_y - \mu_{d1} + (1 - v_{Sd}) (0,5 - \delta')}{(0,5 - \delta')}$$

$$c_{\kappa} = \frac{[\mu_{c,3/4} - A_y] (1 - v_{Sd}) - (1 - v_{c,3/4}) \mu_{d1}}{(0,5 - \delta')} \quad (8)$$

$$\omega_{d,tot} = \frac{-b_{\kappa} + \sqrt{b_{\kappa}^2 - 4c_{\kappa}}}{2}$$

Nessas expressões tem-se:

$$A_y = (10^{-3}/c) v_{Sd} \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 \kappa_y, \text{ com } \kappa_y \text{ da expressão (2).}$$

A_y é o momento de segunda ordem para $v_{Sd} = v_{c,3/4}$;

$v_{c,3/4}, H_{c,3/4}$: força normal e momentos de flexão normalizados de seção de concreto, calculados com o bloco retangular de tensões para a profundidade de LN na divisa dos domínios 3 e 4.

Como se vê, o momento solicitante total inclui o efeito de segunda ordem local. Entretanto, esse momento não é necessariamente determinante. De fato, se ocorrer $M_{Sd,tot} < M_{Ad}$, a armadura deve ser calculada para esse último, o que só se decide após obter o momento solicitante total. Além disso, há duas outras considerações a fazer no dimensionamento, a saber:

(1) conforme a NBR 6118:2014, item 11.3.3.4.3, o lance deve ser verificado para a ação da força normal N_{Sd} e do momento mínimo $M_{1d,min} = N_{Sd} (0,015 + 0,03h)$, h em metros, atuando nas duas extremidades e tracionando a mesma face do pilar ($ab = 1$), sem nenhuma outra ação adicional (nem falta de retilinearidade, nem cargas transversais ou eventuais momentos de extremidade obtidos na análise). Novamente, aqui também é necessário o cálculo de $M_{Sd,tot}$, por causa da esbeltez do lance;

(2) a armadura predominante obtida de um dos três dimensionamentos anteriores deve ser comparada com a mínima exigida pela NBR 6118:2014, cf. Equação (9a). E se essa armadura prevalecer, calculam-se adicionalmente os correspondentes momento resistente e a rigidez secante. Em resumo, há quatro verificações a fazer no lance considerado.

3 Orientações para Uso do Programa

(a) Convenção de sinais: todos os dados de entrada do programa são positivos, exceto o momento de extremidade M_{Bd} que é positivo se tracionar a mesma face que M_{Ad} , ou negativo, em caso contrário.

(b) O pilar esbelto deve ter índice de esbeltez, $\lambda = \sqrt{12} (l_e / h)$ não superior a 90. A obrigatoriedade de consideração do ramo descendente da curva de interação $M_d (N_d)$ no ELU é dada pela condição $N_{Sd} \geq N_{c,3/4}$ ou $v_{Sd} \geq v_{c,3/4}$. A condição obrigatória referente ao cobrimento, cf. inequação (3), aço CA-50, $\delta' = d' / h \leq (\epsilon_{cu} - \epsilon_{yd}) / (2\epsilon_{cu})$, é usualmente satisfeita para os casos da prática. Essa restrição está inclusa no programa.

(c) Taxas de armadura mínima e máxima consideradas:

$$\omega_{dmin} = 0,15v_d \geq 0,4\% f_{yd} / (0,85 f_{cd}) \quad (9a)$$

$$\omega_{dmax} = \left\{ \begin{array}{l} 4\% \\ 8\% \end{array} \right\} f_{yd} / (0,85 f_{cd}) \quad (9b)$$

Para a taxa máxima, há as opções de 4% (emendas por traspasse) e 8% (sem emendas por traspasse).

(d) O programa não faz distinção entre pilar esbelto e não esbelto (efeito de segunda ordem local desprezível). Usualmente considera-se efeito de segunda ordem local se o momento solicitante total resultante das ações e da esbeltez do pilar superar em 10% o momento máximo de primeira ordem na seção central do pilar padrão, i.e., se $M_{Sd,tot} \geq 1,1 M_{1d}$.

(e) Em pilar esbelto o programa considera sempre a excentricidade por falta de retilinearidade, com variação senoidal no lance, tomando o maior valor dentre os dois seguintes:

$$e_a = \max \left(\theta_1 \frac{l_e}{2}, \frac{h}{30} \right)$$

(f) O método transforma o lance real do pilar biarticulado (fletido com momentos iguais ou desiguais nas suas extremidades) no pilar padrão (fletido com momentos iguais nas extremidades de valores $\alpha_b M_{Ad}$, tracionando ambos a mesma face, e momento máximo no centro do lance), por meio do coeficiente $\alpha_b = 0,6 + 0,4 M_{Bd} / M_{Ad} \geq 0,4$, com $|M_{Ad}| \geq |M_{Bd}|$. Ver (a). No pilar em balanço é desnecessário levar em conta α_b , pois para os carregamentos considerados no programa e a correção da curvatura, já se tem o pilar padrão.

(g) O programa considera as limitações da geometria da seção, cf. NBR6118: 2014, item 13.2.3, (b, h) ≥ 140 mm e (área bh) ≥ 36000 mm². Se ocorrer b ou h no intervalo (140 mm, 190 mm), majoram-se apenas no dimensionamento as solicitações pelo coeficiente adicional γ_n . Esse fato é considerado internamente no programa, com o cálculo de γ_n que majora a força normal e as ações aplicadas no lance. Logo o usuário não precisa fornecer as ações majoradas adicionalmente por γ_n .

(h) Na planilha “Seção” dimensiona-se a seção, também e apenas nos domínios 4 e 5, para o momento solicitante total, M_d , nas mesmas condições anteriores, equivalente a ter-se esbeltez nula. Caso a seção seja superabundante em área e/ou resistência, dimensiona-se para N_{Sd} e o momento mínimo $M_{1d,min} = N_{Sd} (0,015 + 0,03h)$, h em metros, respeitando-se ainda a armadura mínima.

(i) O dimensionamento do pilar biarticulado é condicionado pelo máximo momento de flexão solici-

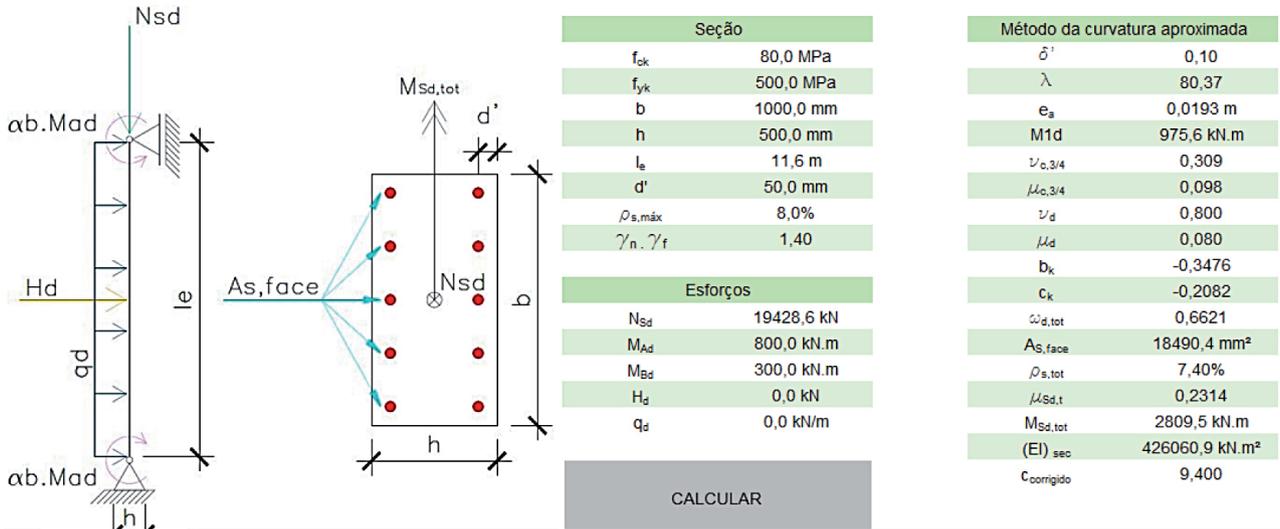


Figura 2 – Exemplo 1, dimensionamento de pilar biapoado.

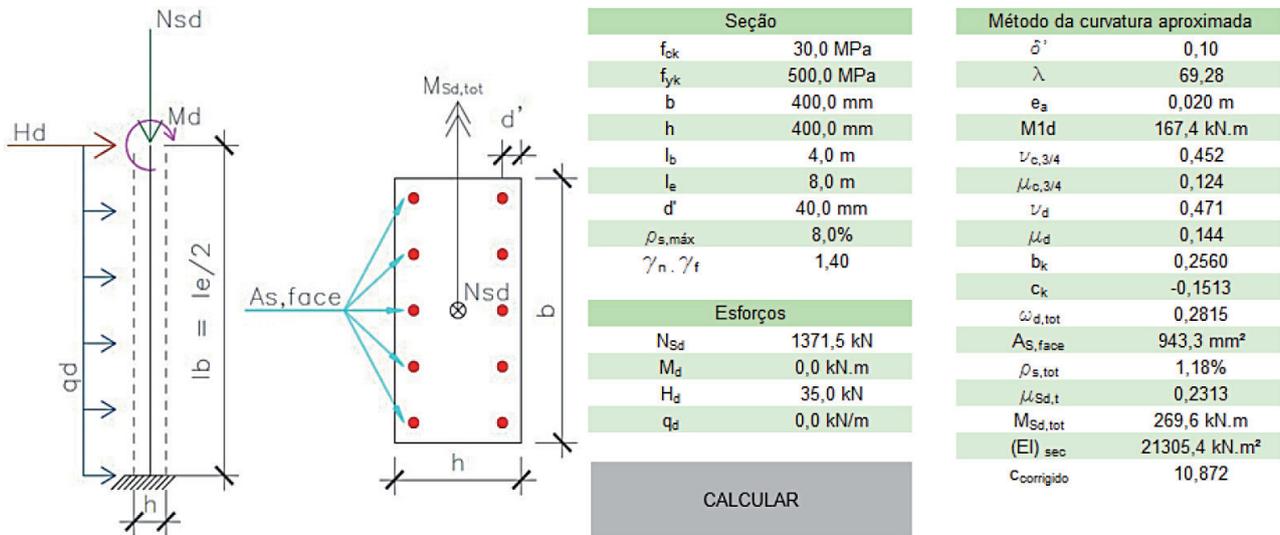


Figura 3 – Exemplo 2, dimensionamento de pilar em balanço.

tante, seja M_{Ad} (momento de máximo módulo entre os momentos atuantes nas extremidades), seja o momento $M_{Sd,tot}$ da seção central do pilar padrão, pois ao maior deles corresponderá a maior armadura, para a mesma força normal, donde para fazer a escolha entre $M_{Sd,tot}$ e M_{Ad} é preciso calcular antes $M_{Sd,tot}$.

(j) Além das duas verificações de (i), o programa considera o dimensionamento, com efeito local de esbeltez, para a força normal N_{Sd} e o momento mínimo estabelecido na NBR 6118:2014, item 11.3.3.4.3, $M_{1d,min} = N_{Sd} (0,015 + 0,03h)$, h em metros, aplicado nas duas extremidades do lance, tracionando ambos a mesma face do pilar, ou na extremidade livre do

balanço. Mas nesse caso não se incluem a excentricidade por falta de retilinearidade e qualquer outra ação. Às três verificações de (i) e (j), junta-se finalmente a da armadura mínima. Se essa armadura prevalecer, o programa calcula também o momento resistente e a rigidez secante correspondentes.

(k) O programa desenvolvido para fins educacionais está disponível em <http://www.uel.br/ctu/dtru>, 6 TRU 018 Construções Concreto Estrutural II, item 4.1.

As Figuras 2, 3 e 4 mostram a aplicação do exposto.

4 Exemplo 3

Considere-se o lance de um pilar biarticulado de comprimento equivalente $l_e = 3$ m, sujeito à carga axial $N_{sd} = 4022,1$ kN e aos momentos de extremidade $M_{Ad} = 204,9$ kNm e $M_{Bd} = 0$ kNm. Dados: $b/h = 600$; 400 mm, $d'/h = 0,10$, CA-50, $f_{ck} = 40$ MPa, $0,85 f_{cd} = 24,29$ MPa, com os esforços do concreto $v_{c,3/4} = 0,452$; $\mu_{c,3/4} = 0,124$ na divisa dos domínios 3 e 4 pede-se:

(a) mostrar que o método da curvatura aproximada se aplica;

(b) transformar o lance em questão no pilar padrão, e obter o momento de primeira ordem, incluindo-se o efeito de falta de retilinearidade.

(c) calcular a armadura, dupla e simétrica, disposta nas faces maiores, em número de barras $\phi 16$ ou $\phi 20$.

(a) Aplicabilidade do método

Índice de esbeltezz:

$$\lambda = \sqrt{12} \frac{l_e}{h} = \sqrt{12} \frac{3}{0,4} = 26 \leq 90$$

Força normal no ramo descendente do diagrama de interação:

$$v_d = \frac{4022,1}{24,286 \times 600 \times 0,4} = 0,69 \geq v_{c,3/4} = 0,452$$

Condição de escoamento da armadura comprimida também nos domínios 4 e 5:

$$\text{CA} - 50, \frac{d'}{h} = 0,10 \leq 0,20, f_{ck} = 40 \leq 50 \text{ MPa}$$

(b) Pilar padrão

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{0}{204,9} = 0,6, \alpha_b M_{Ad} = 0,6 \times 204,9 = 122,9 \text{ kNm}$$

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{3}} = \frac{1}{173,2} \rightarrow \theta_1 = \frac{1}{200} \text{ rad}$$

$$e_a = \max\left(\frac{1,5}{200}, \frac{0,4}{30}\right) = 0,0075 \text{ m}, N_{sd} e_a = 53,6 \text{ kNm}$$

Momento de primeira ordem na seção central:

$$M_{1d} = 122,9 + 53,6 = 176,5 \text{ kNm}$$

$$\mu_{1d} = \frac{176,5}{24,286 \times 600 \times 0,4^2} = 0,076$$

O momento de 1ª. ordem obtido para a seção central do pilar padrão é superior ao momento $M_{1dmin} = 4022,1 \times (0,015 + 0,03 \times 0,40) = 108,6$ kNm, e já se pode antecipar que esse momento mínimo, somado com o respectivo momento de segunda ordem, não deve prevalecer no dimensionamento. Esse fato é testado pelo programa. Em geral não se pode afirmar que um prepondera sobre o outro, porque a distribuição do momento mínimo ao longo do lance é a mais desfavorável ($c_i = 8$), ao passo que o momento de primeira ordem no pilar padrão pode decorrer de ações com diferentes distribuições ao longo do lance (c cf. Equação (7)).

(c) Armadura: em primeira aproximação adota-se a constante $c = 10$

$$\text{Com } \kappa_y = \frac{2\bar{\epsilon}_{yd}}{1 - 2\delta'} = \frac{2 \times 2,07}{1 - 2 \times 0,10} = 5,175$$

$$A_y = \frac{10^{-3}}{c} v_d \left(\frac{l_e}{h}\right)^2$$

$\kappa_y = \frac{10^{-3}}{10} \times 0,69 \times 56,25 \times 5,175 = 0,0201$, os coeficientes de (8) são dados por:

$$b_\kappa = \frac{\mu_{c,3/4} - A_y - \mu_{d1} + (1 - v_{vd}) (0,5 - \delta')}{(0,5 - \delta')} \\ = \frac{0,124 - 0,0201 - 0,076 + 0,31 \times 0,4}{0,4} = 0,3798$$

$$c_\kappa = \frac{[\mu_{c,3/4} - A_y] (1 - v_d) - (1 - v_{c,3/4}) \mu_{d1}}{(0,5 - \delta')} \\ = \frac{0,124 - 0,0201 \times 0,31 - (1 - 0,452) \times 0,076}{0,4} = 0,0236$$

A taxa mecânica da armadura resulta igual a:

$$\omega_{d,tot} = \frac{-b_\kappa + \sqrt{b_\kappa^2 - 4c_\kappa}}{2} \\ = \frac{-0,3798 \sqrt{0,3798^2 + 4 \times 0,0236}}{2} = 0,0544$$

Momento resistente igual ao momento solicitante total:

$$\mu_d = [\mu_{c,3/4} + \omega_{d,tot} (0,5 - \delta')] \left(\frac{1 + \omega_{d,tot} - v_d}{1 + \omega_{d,tot} - v_{c,3/4}} \right)$$

$$= [0,124 + 0,0231 \times 0,4] \times \frac{1,0544 - 0,69}{1,0544 - 0,452}$$

$$= 0,1457 \times 0,6049 = 0,0882$$

Logo, o momento solicitante total é $M_{Sd,tot} = 0,0882 \times 24,286 \times 600 \times 0,4^2 = 205,6 \text{ kNm}$.

Notar que:

(a) $\frac{\mu_d}{\mu_{1d}} = \frac{0,088}{0,076} = 1,16$, e há efeito de segunda ordem local não desprezível, mesmo sendo $\lambda = 26 < 35$. Essa conclusão é válida se não prevalecer a armadura mínima, ver adiante.

(b) O programa calcula iterativamente a constante c de (7), e obtém $c = 8,658$, cf. se vê na Figura 4. Como já se mostrou antes (ver as Referências), a correção dessa constante se faz calculando-se a taxa mecânica e os respectivos valores do momento resistente e da rigidez secante. Com essa última, obtém-se de (7) novo valor da constante c , e o cálculo é reiterado até haver concordância entre dois valores sucessivos dessa constante.

Na extremidade A tem-se $M_{Ad} = 204,9 \text{ kNm}$. Esse momento no caso é praticamente coincidente com $M_{Sd,tot}$. Caso $M_{Ad} > M_{Sd,tot}$ o programa dimensionaria a armadura para a combinação N_{Sd}, M_{Ad} com $A_y = 0$, $\mu_{1d} = \mu_{Ad} = 0,088$.

Entretanto, a taxa obtida ainda não prevalece, pois a seção exige armadura mínima, dada pela Equação (9a):

$$\omega_{d,tot,min} = 0,15 v_d = 0,15 \times 0,69 = 0,1035 >$$

$$> 0,4\% \frac{435}{24,286} = 0,072 > 0,0544$$

$$\omega_{d,tot,min} = 0,1035 = \frac{A_{s,tot,min} \times 435}{24,286 \times 600 \times 400}$$

$$A_{s,tot,min} = 1386,8 \text{ mm}^2 \approx 2 \times 4\phi 16$$

Momento resistente igual ao solicitante total que causaria na seção a armadura mínima, é:

$$\mu_d = [\mu_{c,3/4} + \omega_{d,tot} (0,5 - \delta'')] \left(\frac{1 + \omega_{d,tot} - v_d}{1 + \omega_{d,tot} - v_{c,3/4}} \right)$$

$$= [0,124 + 0,1035 \times 0,4] \times \frac{1,1035 - 0,69}{1,1035 - 0,452} =$$

$$= 0,165 \times 0,6347 = 0,105, \text{ ou } M_{d,max} = 244,7 \text{ kNm}.$$

A curvatura correspondente é:

$$\kappa_y = \frac{10^3 h}{r_0} = \kappa_y = \left(\frac{1 + \omega_{d,tot} - v_d}{1 + \omega_{d,tot} - v_{c,3/4}} \right)$$

$$= 5,175 \times 0,6347 = 3,2846$$

A rigidez secante correspondente vem a ser:

$$(EI)_{sec} = M_{Sd,tot} r_0 = 10^3 bh^3 (0,85 f_{cd}) \frac{\mu_{Sd,tot}}{\kappa_0}$$

$$= 10^3 \times 600 \times 400^3 \times 24,286 \times \frac{0,105}{3,2846}$$

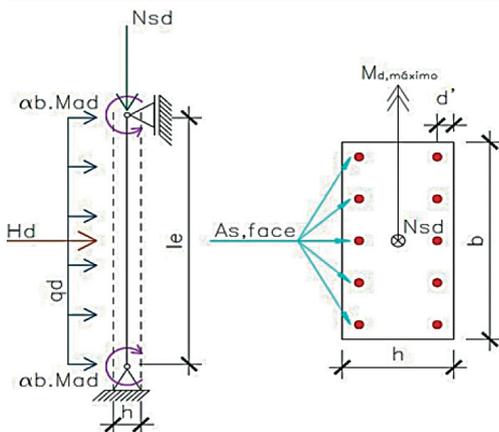


UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

MÉTODO DA CURVATURA APROXIMADA

AUTORES: ROBERTO BUCHAIM
CELSO PISSINATTI

JUNHO/10



Seção		Método da curvatura aproximada	
f_{ck}	40,0 MPa	δ''	0,10
f_{yk}	500,0 MPa	λ	25,98
b	600,0 mm	e_s	0,0075 m
h	400,0 mm	M_{1d}	204,9 kN.m
l_e	3,0 m	$v_{c,3/4}$	0,452
d'	40,0 mm	$\mu_{c,3/4}$	0,124
$\rho_{s,máx}$	8,0%	v_d	0,690
γ_n, γ_t	1,40	μ_d	0,088
Esforços		b_k	0,3999
N_{Sd}	4022,1 kN	c_k	-0,0243
M_{Ad}	204,9 kN.m	$\omega_{d,tot}$	0,1035
M_{Sd}	0,0 kN.m	$A_{s,face}$	693,8 mm ²
H_d	0,0 kN	$\rho_{s,tot}$	0,58%
q_d	0,0 kN/m	$\mu_{Sd,t}$	0,0879
CALCULAR		$M_{Sd,tot}$	187,8 kN.m
		$M_{d,máximo}$	204,9 kN.m
		$(EI)_{sec}$	24941,0 kN.m ²
		$c_{corrigido}$	8,560

Figura 4 – Exemplo 1, resultados do programa.

= $29812 \times 10^9 \text{ Nmm}^2 = 29812 \text{ kNm}^2 (\cong 29783 \text{ kNm}^2$
na Figura 4).

A Figura 4 mostra a solução pelo programa Curvatura-V.1.1.

5 Referências

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). Projeto de estruturas de concreto – Procedimento: NBR 6118: 2014. Rio de Janeiro, RJ, 2014.

BUCHAIM, R., Gonçalves, D. N. Método da curvatura aproximada em pilares esbeltos de concreto armado. ABECE Informa 101 – Jan/Fev, 2013.

BUCHAIM, R. Pilar esbelto de alta resistência: Exem-

plo de dimensionamento. In ABNT NBR 6118: 2014. Comentários e Exemplos de Aplicação. Ibracon, 2015. ISBN 978-85-98576-24-4.

BUCHAIM, R., Concreto Estrutural: Fundamentos e Projeto. Flexão Simples e Composta Normal, Pilares Esbeltos, C20 a C90. Editora da Universidade Estadual de Londrina, EDUEL, 2016. ISBN 978-85-7216-846-5, e ISBN 978-85-7216-847-2 (EBOOK) Londrina, Pr. Comité Euro-International du Béton. CEB-FIP. MODEL CODE 2010. Final draft. Volumes 1 and 2. Bulletins 65 and 66. March, 2012.

KIMURA, A. E., dos Santos, L. A., França, R. L. S. Pilares. Exemplos de aplicação dos conceitos da seção 15. Em Prática Recomendada IBRACON. Comentários Técnicos e Exemplos de Aplicação da NB-1. NBR 6118: 2003.