

Dimensionamento Otimizado de Treliças Tubulares Considerando Não-Linearidade Geométrica

Larissa Bastos Martinelli¹
Élcio Cassimiro Alves²

Resumo

No projeto de estruturas com elevadas cargas nas fundações e grandes vãos livres as treliças tubulares aparecem como uma excelente alternativa. A consideração do comportamento não-linear no dimensionamento contribui para concepção de treliças mais leves e eficientes. Diante disso buscou-se elaborar um programa computacional de livre acesso e fácil manuseio, desenvolvido utilizando-se o Matlab para realizar o dimensionamento otimizado de estruturas treliçadas tubulares considerando a não-linearidade geométrica. Para a análise não-linear utilizou-se a formulação posicional do MEF e o método incremental-iterativo de Newton-Raphson, enquanto o problema de otimização foi resolvido pelo método dos Pontos Interiores. Exemplos de aplicação são apresentados para validar o programa.

Palavras-chave: Dimensionamento. Otimização. Análise. Não-linear. Treliça.

1 Introdução

Nos últimos anos o Brasil vem passando por um processo de industrialização da construção civil e as estruturas de aço surgiram como uma ótima alternativa. Dentro do contexto das estruturas de aço as treliçadas tubulares aparecem como uma alternativa eficiente para o projeto de estruturas com elevadas cargas nas fundações e grandes vãos livres. Assim, passam a ser muito utilizadas em coberturas, pontes, torres de transmissão, arenas e estádios.

Diante da competitividade e dos custos de projetos estruturais, a eficiência das estruturas tornou-se cada vez mais importante, levando a uma busca por soluções de projeto que apresentem melhor desempenho, economia e custo. Neste contexto está inserida a utilização de técnicas de otimização, com as quais se buscam estruturas que atendem aos critérios de segurança com menor consumo de material e, menor custo de fabricação, transporte, entre outros.

Segundo Lacerda (2014), considerar o comportamento não-linear das estruturas é fundamental para concepção de treliças mais leves e eficientes, visto que quanto mais leves e com menos barras maiores as chances de ocorrerem problemas não-lineares de estabilidade.

Os programas de análise e dimensionamento de estruturas tridimensionais são de alto custo, portanto, a concepção de um programa computacional de livre acesso que dimensiona treliças tubulares utilizando-se técnicas de otimização e considerando-se a não-linearidade geométrica se faz importante no estudo de estruturas treliçadas em aço.

Dentre os trabalhos mais recentes Silva *et al.* (2014) apresentam um estudo sobre otimização dimensional de treliças com a utilização do Método *Simulated Annealing*. Silva *et al.* (2014), apresentam ainda um estudo otimização de forma e dimensional de treliças baseado em um algoritmo híbrido de otimização. Da Fonseca (2007) apresenta um estudo sobre otimização de treliças submetidas a carregamento estático e dinâmicos usando algoritmos genéticos e redes neurais. Azolin, Novelli e Alves (2016) apresentam a formulação e aplicação do problema de otimização de estruturas tubulares submetidas a cargas dinâmicas.

Busca-se neste trabalho apresentar a formulação do problema de otimização de treliças tubulares levando em consideração a não linearidade geométrica bem como a sua aplicação por meio de um programa desenvolvido em Matlab.

1 Aluna de Graduação da Universidade Federal do Espírito Santo.

2 Professor da Universidade Federal do Espírito Santo.
elcio.calves1@gmail.com

2 Análise não-linear

O tipo de não-linearidade considerado foi a não-linearidade geométrica, que ocorre quando uma estrutura sob ação de forças aplicadas tem mudanças significativas de geometria, fazendo com que suas equações de equilíbrio passem a ser formuladas na configuração deformada.

O algoritmo de análise não-linear desenvolvido utiliza o método incremental-iterativo de Newton-Raphson e a formulação posicional do MEF desenvolvida para treliças espaciais em Lacerda (2014). Martinelli *et al.* (2016) explicam e validam a rotina de análise não-linear.

3 Dimensionamento de estruturas metálicas

3.1 Barras submetidas à força axial de tração

Segundo a NBR 8800:2008 o dimensionamento a tração tem que atender à

$$N_{t,Sd} \leq N_{t,Rd} \quad (1)$$

onde

$N_{t,Sd}$ = força axial de tração solicitante de cálculo;

$N_{t,Rd}$ = força axial de tração resistente de cálculo.

A força axial resistente de cálculo usada no dimensionamento deve ser a menor encontrada segundo os dois casos abaixo:

a) para escoamento da seção bruta

$$N_{t,Rd} = \frac{A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (2)$$

b) para ruptura da seção líquida

$$N_{t,Rd} = \frac{A_e f_u}{\gamma_{a2}} \quad (3)$$

onde

A_g = área bruta da seção transversal da barra;

A_e = área líquida efetiva da seção transversal da barra;

f_y = resistência ao escoamento do aço;

f_u = resistência à ruptura do aço;

γ_{a1} = coeficiente de ponderação de resistência para escoamento de aço estrutural igual a 1,1 para combinações normais;

γ_{a2} = coeficiente de ponderação de resistência para ruptura de aço estrutural igual a 1,35 para combinações normais.

3.1.1 Cálculo da área líquida efetiva

$$A_e = C_t A_n \quad (4)$$

onde

A_n = área líquida da barra;

C_t = coeficiente de redução da área líquida.

Admitindo-se que não existam furos, a área líquida, A_n , deve ser tomada igual à área transversal, A_g .

Adotando-se que a força de tração é transmitida para toda a seção transversal por solda, C_t deve ser tomado igual a 1.

3.1.2 Limitação do índice de esbeltez

$$\lambda = \frac{L}{r} \leq 300 \quad (5)$$

onde

L = comprimento destravado, tomado igual ao comprimento da própria barra;

r = raio de giração.

3.2 Barras submetidas à força axial de compressão

Segundo a NBR 8800:2008 o dimensionamento a compressão tem que atender à

$$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd} \quad (6)$$

onde

$N_{c,Sd}$ = força axial de compressão solicitante de cálculo;

$N_{c,Rd}$ = força axial de compressão resistente de cálculo.

3.2.1 Força axial resistente de cálculo

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a2}} \quad (7)$$

onde

χ = fator de redução associado à resistência à compressão;

Q = fator de redução total associado à flambagem local;

A_g = área bruta da seção transversal da barra.

3.2.2 Fator de redução χ

O fator de redução associado à força axial de

compressão resistente, para perfis tubulares é dado pela NBR 16239: 2013

$$\chi = \frac{1}{(I = \lambda_0^{4,48})^{1/2,2448}} \quad (8)$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} \quad (9)$$

onde

λ_0 = índice de esbeltez reduzido dado por:

A_g = área bruta da seção transversal;

N_e = força axial de flambagem elástica;

Q = fator de redução total associado à flambagem local;

3.2.3 Flambagem local das barras axialmente comprimidas

Os elementos pertencentes aos perfis tubulares retangulares e quadrados são classificados como elementos AA, pois têm duas bordas vinculadas, assim:

$$Q = Q_a \quad (10)$$

Para valores da relação (b/t) menor que o limite estabelecido na tabela, $Q_a = 1$.

Quando a relação é maior que a limite tem-se:

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \quad (11)$$

onde

$$A_{ef} = A_g - \Sigma (b - b_{ef})t \quad (12)$$

$$b_{ef} = 1,92t \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \left[1 - \frac{c_a}{b/t} \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \right] \leq b \quad (13)$$

onde

A_{ef} = área efetiva da seção transversal;

b = largura do elemento;

t = espessura do elemento;

b_{ef} = largura efetiva do elemento AA;

$c_a = 0,38$;

σ = tensão que pode ser tomada igual a f_y .

Os perfis de seções tubulares circulares têm uma classificação à parte:

$$a) Q = 1,00 \text{ para } \frac{D}{t} \leq 0,11 \frac{E}{f_y} \quad (14)$$

$$b) Q = \frac{0,038}{D/t} \frac{E}{f_y} + \frac{2}{3} \quad (15)$$

$$\text{para } 0,11 \frac{E}{f_y} < \frac{D}{t} \leq 0,45 \frac{E}{f_y}$$

3.2.4 Força axial de flambagem elástica

Para as seções tubulares que são duplamente simétricas a força axial de flambagem elástica, N_e , é dada por:

– para flambagem por flexão em relação ao eixo central de inércia x da seção transversal

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} \quad (16)$$

– para flambagem por flexão em relação ao eixo central de inércia y da seção transversal

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} \quad (17)$$

Tabela 1 – Fator de redução total associado à flambagem local

Grupo	Descrição dos elementos	Alguns exemplos com indicação de b e t	(b/t) _{lim}
1	<ul style="list-style-type: none"> — Mesas ou almas de seções tubulares retangulares — Lamelas e chapas de diafragmas entre linhas de parafusos ou soldas 		$1,40 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

– ara flambagem por torção em relação ao eixo longitudinal z

$$N_{ez} = \frac{I}{r_0^2} \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right] \quad (18)$$

$$r_0 = \sqrt{(r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + x_0^2)} \quad (19)$$

onde

$K_x = K_y = K_z =$ depende das condições de extremidade para o cálculo do comprimento de flambagem que no caso da treliça é igual a 1 pois as barras são birotuladas;

$I_x, I_y =$ momentos de inércia;

$C_w =$ constante de empenamento que para seções tubulares retangulares, quadradas e circulares é zero;

$J =$ constante de torção da seção transversal;

$r_0 =$ raio de giração polar;

$N_e =$ menor dos valores entre N_{ex}, N_{ey} e N_{ez} .

3.2.5 Limitação do índice de esbeltez

$$\lambda = \frac{KL}{r} \leq 200 \quad (20)$$

onde

$K =$ coeficiente de flambagem igual a 1;

$L =$ comprimento destravado, tomado igual ao comprimento da própria barra;

$r =$ raio de giração.

4 Otimização

As técnicas de otimização estrutural são importantes ferramentas que podem ser utilizadas no processo para se determinar a melhor solução estrutural para um determinado problema. Esse problema é denominado objetivo e pode representar alguma quantidade, qualidade ou qualquer outro fator que pode ser apresentado como um número. Nos problemas de otimização são utilizados alguns conceitos importantes tais como

Minimizar

$$f(x) \quad (21)$$

sujeito a

$$c(x) \leq 0 \quad (22)$$

$$Ceq(x) = 0 \quad (23)$$

$$lb \leq x \leq ub \quad (24)$$

$$x_0 \quad (25)$$

onde

$f(x) -$ função objetivo, função principal que deverá ser minimizada ou maximizada;

$c(x) \leq 0 -$ restrições, são inequações que devem ser atendidas;

$Ceq(x) = 0 -$ restrições, são equações que devem ser atendidas;

$lb -$ vetor de limites inferiores;

$ub -$ vetor de limites superiores;

$x_0 -$ ponto inicial das iterações.

5 Formulação do problema de otimização

Diante dos vários métodos de otimização utilizou-se o método de programação sequencial quadrática. Esse método tem algoritmos já implementados e testados, onde apenas a entrada da função objetivo e as restrições são necessárias. O ambiente utilizado para o desenvolvimento do problema foi o Matlab.

Para formulação do modelo de otimização utilizou-se a dimensional que irá modificar apenas o perfil e não influenciará na forma da estrutura.

4.1 Função Objetivo

A função objetivo que se deseja minimizar é a função custo da estrutura que está diretamente ligada ao peso da estrutura, porém, como a massa específica do aço é constante busca-se então minimizar a área da seção transversal em função dos seus parâmetros geométricos.

Os perfis tubulares podem ser tanto circulares, retangulares ou quadrados. Buscou-se então analisar a otimização de cada tipo de perfil separadamente, variando-se suas dimensões, assim a variável área a ser minimizada é calculada com as dimensões do perfil.

A função objetivo e o custo total da estrutura é obtido pelo somatório de $f(x)$ para todas as barras, assim

$$f(x) = A(x) * \rho * L * custo \quad (26)$$

onde

$A(x) -$ área da seção transversal em função das dimensões e do perfil escolhido para a análise do problema;

$\rho -$ massa específica do aço em kg/m^3 ;

L – comprimento da barra em m;
Custo – preço do aço por kg.

4.2 Restrições

As restrições às quais o problema está submetido devem ser analisadas para cada barra da treliça.

• Análise das solicitações máximas

Na análise dos esforços deve ser atendida a principal relação: “As solicitações devem ser menores que as solicitações resistentes de cálculo”. A solicitação que cada barra está sendo submetida é verificado e direcionado para cada caso específico.

As barras submetidas à força axial nula: adotam-se as dimensões mínimas para o perfil.

As barras submetidas à força axial de tração: as dimensões são verificadas conforme apresentado no item 2.1.

$$N_{t,Sd} - N_{t,Rd} \leq 0 \quad (27)$$

As barras submetidas à força axial de compressão: as dimensões são determinadas de acordo com o item 2.2.

$$N_{c,Sd} - N_{c,Rd} \leq 0 \quad (28)$$

• Análise dos limites de esbeltez

As barras submetidas à força axial de tração: dimensionadas conforme o item 2.1.

$$-300 + \lambda \leq 0 \quad (29)$$

As barras submetidas à força axial de compressão: apresentado no item 2.2.

$$-200 + \lambda \leq 0 \quad (30)$$

• Relação entre as dimensões

Para os limites das dimensões máximas e mínimas e as relações entre essas dimensões, tomou-se como referência o catálogo da empresa Vallourec, que é fabricante de tubos estruturais.

As restrições apresentadas nas Equações 27, 28, 29 e 30 foram apresentadas no item 2 de acordo com as normas vigentes para verificação de estruturas metálicas.

Para o problema em questão foram utilizadas as seguintes propriedades do aço:

- módulo de elasticidade, $E = 200$ GPa;
- coeficiente de Poisson, $\nu_a = 0,3$;

- módulo de elasticidade transversal, $G = 77$ GPa;
- massa específica, $\rho_a = 7850$ kg/m³.

• Deslocamento máximo

A última restrição é imposta aos deslocamentos nodais da treliça, limitando-os a um valor de deslocamento máximo inserido pelo usuário e escolhido de acordo com o estabelecido no Anexo C da NBR 8800:2008. Sendo que o deslocamento da estrutura será obtido levando-se em consideração uma análise não-linear geométrica obtida pelo Método da Carga Incremental:

$$|Des| - |Des|_{Max} \leq 0 \quad (29)$$

6 Implementação computacional

Para o desenvolvimento do programa utilizou-se o *software* Matlab (R2013b), por esse ser de fácil implementação de rotinas e por ter uma interface gráfica que facilita a utilização pelo usuário.

As rotinas criadas foram incluídas no programa Truss3D, que vem sendo implementado na Universidade Federal do Espírito Santo em projetos de graduação e iniciação científica. Em sua tela inicial (Figura 1) a geometria da estrutura pode ser importada do AutoCAD ou inserida manualmente no próprio programa. Nela também existem comandos para inserção das solicitações externas e condições de apoio na estrutura, além de escolha da seção transversal e propriedades mecânicas.

Para a otimização criou-se um algoritmo utilizando-se o método dos Pontos Interiores, que está presente como função na biblioteca do Matlab, para minimizar o problema de otimização desenvolvido.

A Figura 2 apresenta a tela de entrada de dados da rotina, onde o usuário deve escolher entre os três tipos de perfis tubulares e digitar o custo do aço por kg, a quantidade de incrementos de carga desejados e o deslocamento máximo permitido para os nós da treliça.

Em seguida define-se as dimensões da seção transversal inicial de cada barra conforme descrito no fluxograma da Figura 3.

O programa, executa o algoritmo referente ao tipo de perfil selecionado. Cada tipo apresenta uma rotina específica com suas particularidades quanto às restrições, cálculo de propriedades geométricas e variáveis principais.

Em cada iteração da otimização, as solicitações internas são recalculados por meio do algoritmo de análise não-linear utilizando-se as dimensões encontradas na iteração anterior. A solução ótima é apresentada na tela da Figura 4.

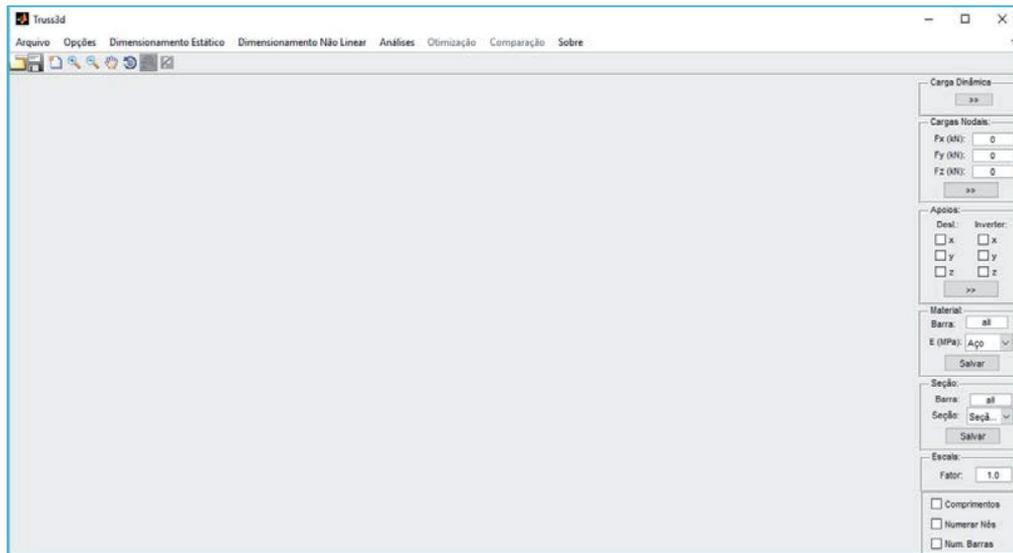


Figura 1 – Tela inicial Truss3d.

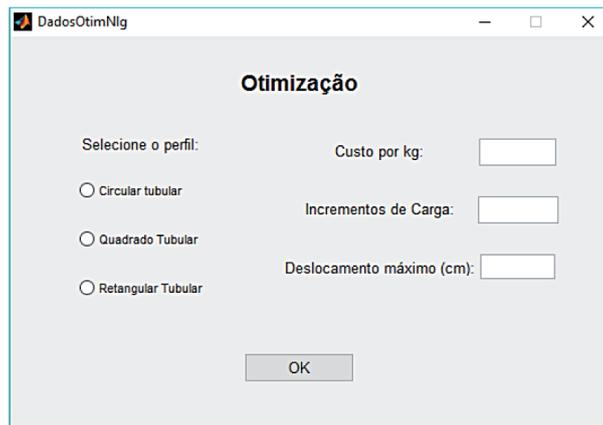


Figura 2 – Entrada de dados da otimização.

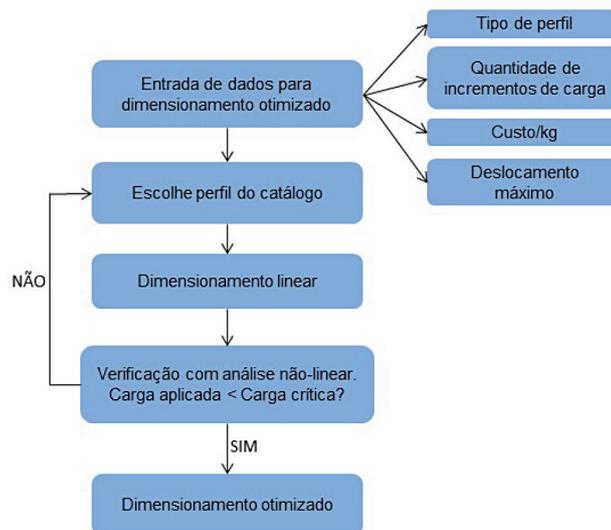


Figura 3 – Determinação do valor inicial das variáveis de projeto.

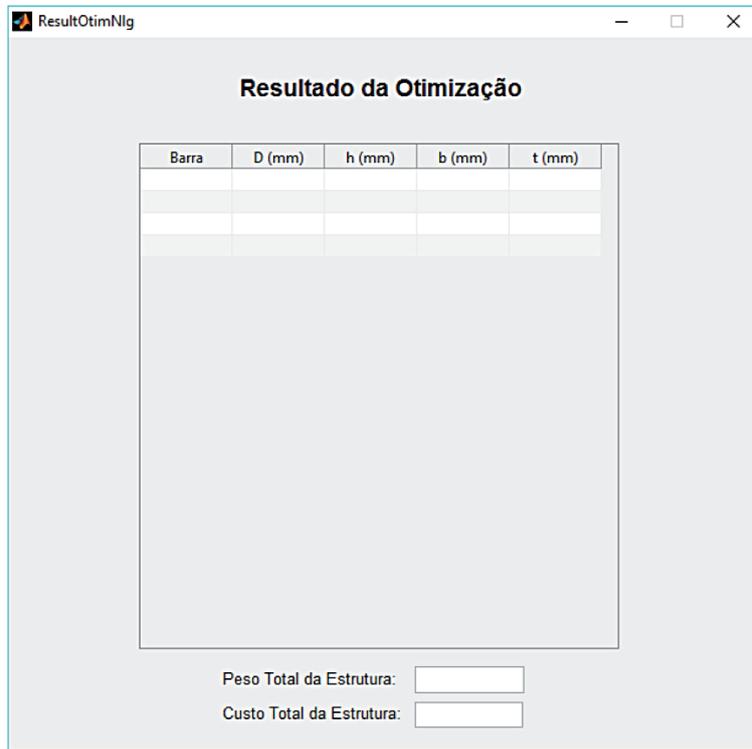


Figura 4 – Saída de resultados otimização.

7 Exemplos numéricos

São apresentados três exemplos numéricos, onde os resultados obtidos pelo dimensionamento otimizado são comparados com os obtidos pela rotina de dimensionamento convencional utilizando-se análise de 1ª ordem desenvolvida por Novelli *et al.* (2015).

7.1 Treliça Plana

O exemplo escolhido de treliça plana é composto

por 21 barras e está sendo solicitado por força vertical de 100 kN, como mostra a Figura 5 e sua geometria na Figura 6.

Para o dimensionamento otimizado utilizou-se 10 incrementos de carga e um deslocamento nodal máximo de 3 cm. Os perfis iniciais selecionados no dimensionamento convencional foram: circular (48,3 mm x 4,5 mm) e quadrado (50 mm x 50 mm x 3,6 mm). A Tabela 2 apresenta a comparação entre os dois tipos de dimensionamento.

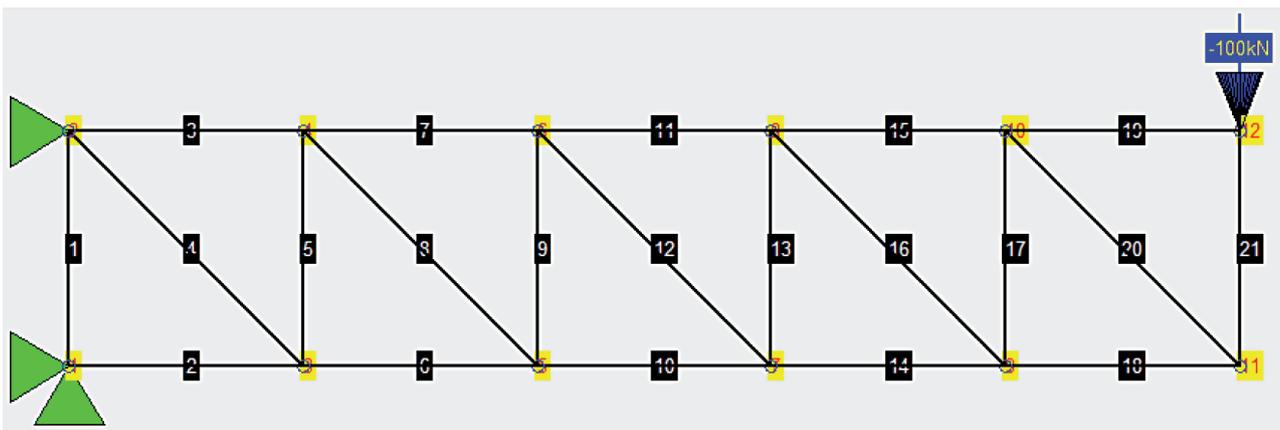


Figura 5 – Numeração dos nós e barras da treliça plana.

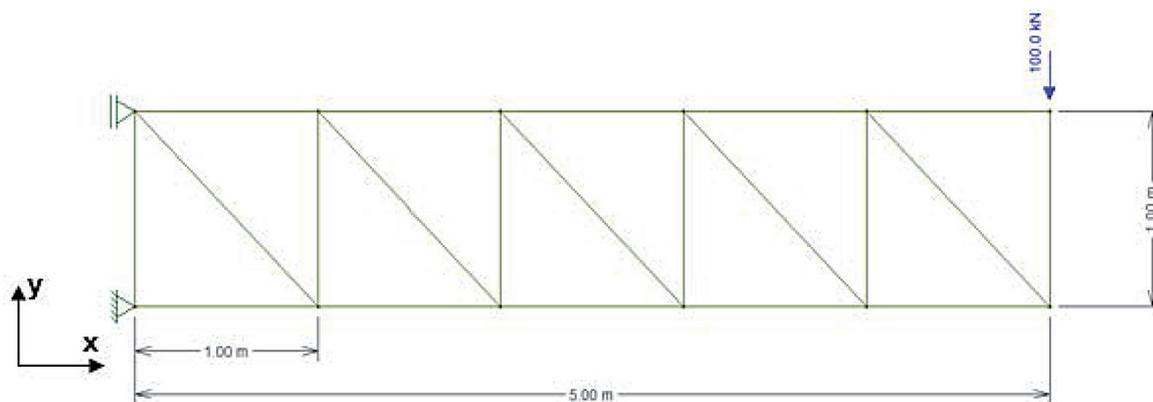


Figura 6 – Dimensões da treliça plana.

Tabela 2 – Comparação utilizando-se perfil circular e perfil quadrado.

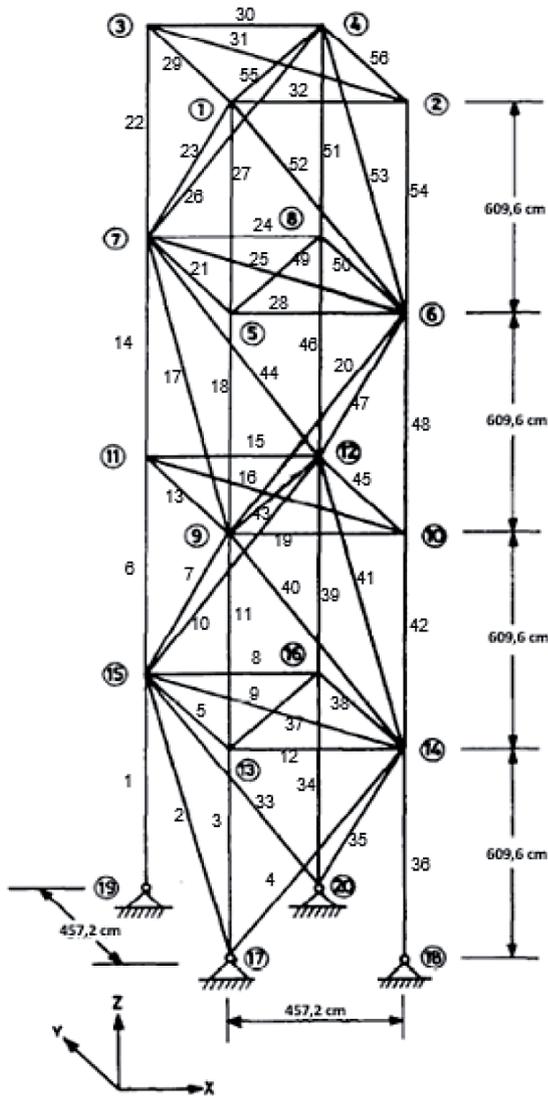
Nº da Barra	Perfil Circular				Nº da Barra	Perfil Quadrado			
	Convencional		Otimizado			Convencional		Otimizado	
	D (mm)	t (mm)	D (mm)	t (mm)		b (mm)	t (mm)	b (mm)	t (mm)
1	60,3	4	66,3	3,2	1	50	4	50,1	3,6
2	101,6	11	109,3	10	2	120	7,1	120	6,9
3	88,9	10	94,7	9,3	3	90	8	89,9	7,6
4	60,3	5,6	62,6	4,8	4	50	5,6	51,2	4,7
5	60,3	3,6	66,3	3,2	5	50	4	50	3,6
6	168,3	5	166,4	4,9	6	90	8	90	7,6
7	114,3	5,6	114,1	5,5	7	80	7,1	79,9	6,4
8	60,3	5,6	66,8	4,5	8	50	5,6	51,2	4,7
9	60,3	3,6	66,3	3,2	9	50	4	50	3,6
10	114,3	5,6	115,3	5,4	10	80	7,1	80	6,4
11	88,9	5	88,5	4,7	11	80	4,5	79,9	4,1
12	60,3	5,6	62,9	4,8	12	50	5,6	51,2	4,7
13	60,3	3,6	66,3	3,2	13	50	4	50	3,6
14	60,3	8	102,2	4	14	80	4,5	80	4,1
15	48,3	4,5	53,8	4	15	50	3,6	50	3,6
16	60,3	5,6	62,7	4,8	16	50	5,6	51,2	4,7
17	60,3	3,6	66,3	3,2	17	50	4	50	3,6
18	60,3	3,6	66,3	3,2	18	50	4	50	3,6
19	33,4	3,2	33,4	3,2	19	50	3,6	50	3,6
20	60,3	5,6	62,6	4,8	20	50	5,6	51,2	4,7
21	60,3	3,6	65,8	3,2	21	50	4	50	3,6
Custo (R\$)	812,95		782,37		Custo (R\$)	837,75		804,75	
Economia			3,8%		Economia			3,9%	

7.2 Treliça Espacial 1

O primeiro exemplo de estrutura tridimensional consiste em uma torre treliçada com 56 barras, cujas dimensões, numeração dos nós e das barras são apresentadas na Figura 7. A estrutura é solicitada nos nós 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 e 15 por uma força de 45,5 kN na direção x e nos nós 1, 2, 3 e 4 por uma força de -91 kN na direção z (Figura 8).

O dimensionamento otimizado foi executado com 10 incrementos de carga e deslocamento máximo nodal de 14 cm. Os perfis iniciais selecionados no dimensionamento convencional foram: circular (48,3 mm x 4,5 mm) e quadrado (50 mm x 50 mm x 4,5 mm).

A Tabela 3 compara os resultados obtidos nos



Fonte: Adaptado de Saka, M. P.; Ulker, M. (1992).

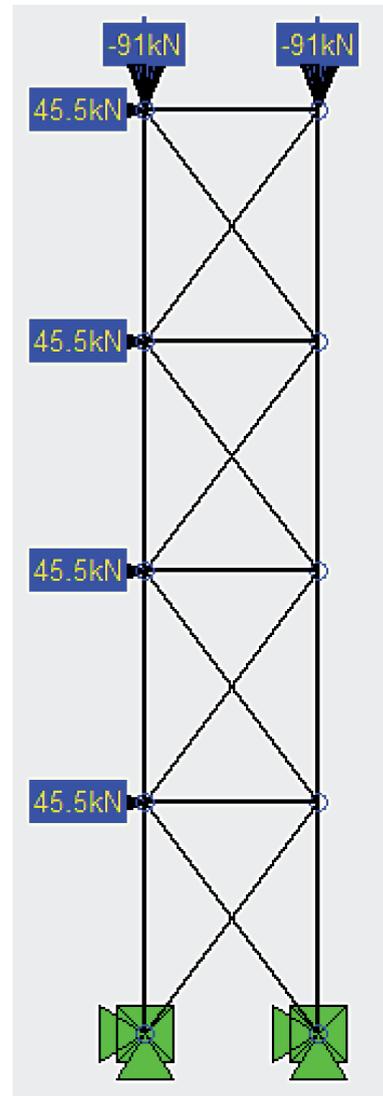
Figura 7 – Dimensões, numeração de nós e barras da torre treliçada.

dois tipos de dimensionamento utilizando-se perfil tubular circular e quadrado.

7.3 Treliça Espacial 2

O segundo exemplo de treliça tridimensional consiste em um domo com 52 barras solicitado com uma carga de 50 kN no seu ápice, conforme Figuras 9 e 10, e suas dimensões na Figura 11.

Na otimização utilizou-se 10 incrementos de carga e deslocamento máximo de 3,4 cm. Os perfis utilizados no dimensionamento convencional foram: circular (48,3 mm x 5,6 mm) e quadrado (50 mm x 50 mm x 4,5 mm). A comparação entre os dimensionamentos é apresentada na Tabela 4.



Fonte: Adaptado de Saka, M. P.; Ulker, M. (1992).

Figura 8 – Vista frontal da torre treliçada.

Tabela 3 – Comparação para perfis circular e quadrado.

	Perfil Circular				Perfil Quadrado				
	Convencional		Otimizado		Convencional		Otimizado		
Nº da Barra	D (mm)	t (mm)	D (mm)	t (mm)	Nº da Barra	b (mm)	t (mm)	b (mm)	t (mm)
2, 7, 17, 23, 35, 47, 53	114,3	4	110,9	3,2	2, 7, 17, 23, 35, 47, 53	100	4,5	97,0	3,6
5, 8, 13, 19, 21, 24, 29, 32, 38, 45, 50, 56	48,3	3,6	46,2	3,2	5, 8, 13, 19, 21, 24, 29, 32, 38, 45, 50, 56	50	3,6	50,2	3,6
6, 14, 18, 27	73	3,6	60,6	3,2	6, 14, 18, 27	60	3,6	54,1	3,6
9, 25, 43, 55	73	3,6	64,1	3,2	9, 25, 43, 55	60	3,6	56,5	3,6
16, 31, 37, 49	101,6	4	94,6	3,2	16, 31, 37, 49	90	4,0	82,8	3,6
22, 54	114,3	5,6	133,2	3,2	22, 54	110	5,0	108,7	3,6
34, 39	219,1	6,4	223,2	5	34, 39	180	6,4	192,1	4,9
42, 48	168,3	5	185,9	4,1	42, 48	140	5,6	156,2	3,9
46, 51	141,3	5	143,3	3,2	46, 51	110	5,0	119,5	3,6
1	168,3	6,4	168,7	6	1	130	7,1	129,9	6,4
3	73	10	117,6	5,1	3	80	7,1	80,0	6,5
4	88,9	6,4	91,6	6,6	4	90	5,6	90,0	5,4
10	101,6	4	88,9	5	10	80	4,5	80,1	4,4
11	73	10	115,7	5,2	11	80	7,1	80,0	6,5
12	73	4	82,8	3,2	12	70	3,6	67,3	3,6
15	73	4	81,4	3,2	15	70	3,6	65,8	3,6
20	88,9	3,6	76,1	3,4	20	70	3,6	66,1	3,6
26	88,9	3,6	75	3,2	26	70	3,6	65,9	3,6
28	73	4	78	3,2	28	70	3,6	64,2	3,6
30	88,9	3,6	81,1	3,2	30	70	3,6	66,9	3,6
33	219,1	6,4	212,7	4,7	33	180	6,4	181,5	4,6
36	219,1	8	257,4	5,7	36	200	7,1	211,3	5,7
40	168,3	8	195,2	4,3	40	160	6,4	168,0	4,3
41	114,3	4	75	3,2	41	100	4,5	87,3	3,6
44	168,3	5,6	179,4	4	44	140	6,4	154,6	3,9
52	141,3	5	157,7	3,5	52	120	5,0	133,2	3,6
Custo (R\$)	16531,96		13130,46		Custo (R\$)	17572,48		15173,06	
Economia			21%		Economia			14%	

Tabela 4 – Comparação para perfis circular e quadrado.

Perfil Circular					Perfil Quadrado				
Convencional		Otimizado		Convencional		Otimizado			
Nº da Barra	D (mm)	t (mm)	D (mm)	t (mm)	Nº da Barra	b (mm)	t (mm)	b (mm)	t (mm)
1, 4, 13, 20, 33, 44, 49, 52	88,9	3,6	73,1	3,2	1, 4, 13, 20, 33, 44, 49, 52	70	3,6	64,0	3,6
2, 5, 9, 15, 19, 21, 41, 43, 47, 48, 50, 51	101,6	4	90,9	3,2	2, 5, 9, 15, 19, 21, 41, 43, 47, 48, 50, 51	80	3,6	79,5	3,6
3, 6, 32, 48	101,6	4	61,7	3,2	3, 6, 32, 48	80	3,6	79,4	3,6
12, 38	60,3	3,6	48,5	3,2	12, 38	50	3,6	50,3	3,6
7	33,4	3,2	35,1	4,6	7	50	3,6	50,2	3,6
8	42,2	3,6	42,4	4,8	8	50	3,6	50,6	3,6
10	33,4	3,2	37,4	3,4	10	50	3,6	50,2	3,6
11	60,3	3,6	49,5	3,8	11	50	3,6	50,2	3,6
14	33,4	3,2	36,8	3,5	14	50	3,6	50,3	3,6
16	60,3	3,6	49	3,2	16	50	3,6	50,2	3,6
17	73	3,6	70,3	3,4	17	60	3,6	58,3	3,7
18	33,4	3,2	36,2	3,7	18	50	3,6	50,4	3,6
22	33,4	3,2	39,1	5,4	22	50	3,6	50,3	3,6
23	42,2	3,6	39,3	4,6	23	50	3,6	50,5	3,7
24	33,4	3,2	37,6	4,5	24	50	3,6	50,3	3,6
25	33,4	3,2	39,9	5,3	25	50	3,6	50,4	3,6
26	73	3,6	74,4	3,3	26	60	3,6	57,2	3,7
27	33,4	3,2	38,2	4,1	27	50	3,6	50,3	3,6
28	73	3,6	72,8	3,3	28	60	3,6	61,9	3,6
29	60,3	3,6	56,7	3,3	29	50	3,6	50,3	3,6
30	42,2	3,6	41,5	3,4	30	50	3,6	50,5	3,7
31	60,3	3,6	57,7	3,5	31	50	3,6	50,2	3,6
34	101,6	4	61,6	3,2	34	80	3,6	53,6	3,6
35	73	3,6	67,5	4	35	60	3,6	56,8	3,8
36	33,4	3,2	37,9	3,3	36	50	3,6	50,4	3,6
37	60,3	3,6	48,7	3,2	37	50	3,6	50,2	3,6
39	60,3	3,6	56,3	3,3	39	50	3,6	50,3	3,6
40	33,4	3,2	36,2	4,5	40	50	3,6	50,3	3,6
42	33,4	3,2	34,3	3,9	42	50	3,6	50,3	3,
45	42,2	3,6	40,2	3,4	45	50	3,6	50,5	3,7
46	33,4	3,2	34,6	3,8	46	50	3,6	50,2	3,6
Custo (R\$)	16531,96		13130,46		Custo (R\$)	17572,48		15173,06	
Economia			21%		Economia			14%	

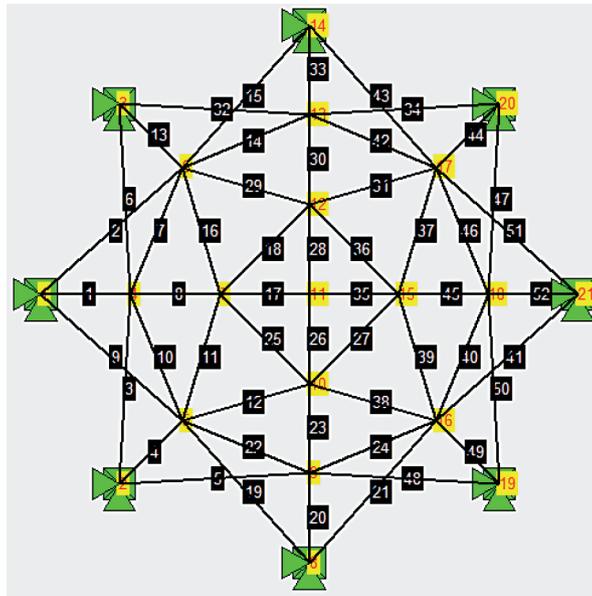


Figura 9 – Projeção plana do domo como a numeração dos nós e barras.

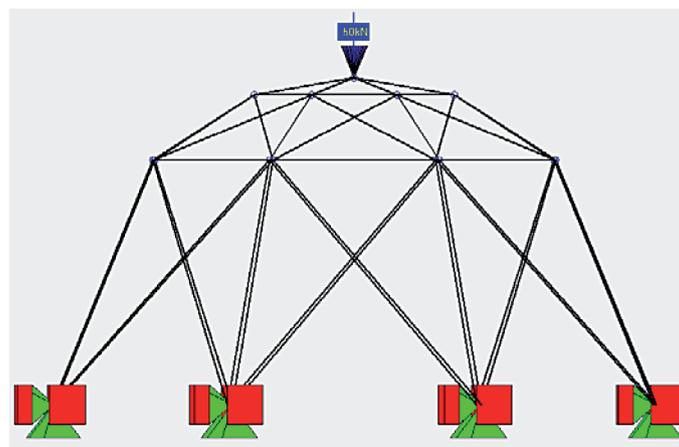


Figura 10 – Vista frontal do domo.

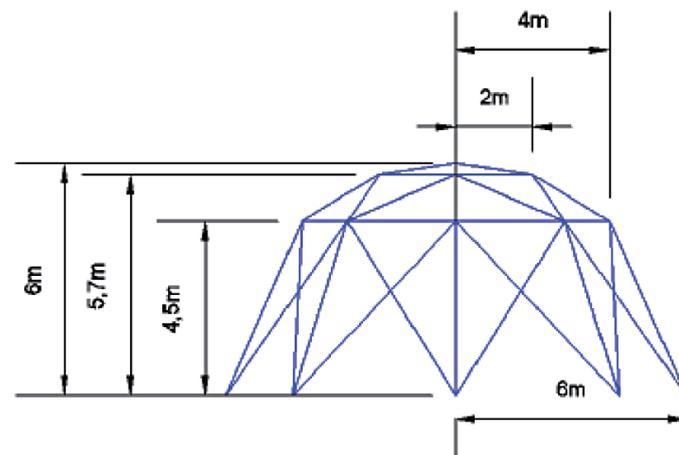


Figura 11 – Dimensões do domo.

8 Conclusões

A rotina de dimensionamento otimizado possibilitou a determinação de uma solução ótima que atendesse todos os critérios estabelecidos pela norma com uma rapidez que não seria possível sem os recursos computacionais.

Analisando-se os resultados apresentados, observou-se uma economia significativa com sua utilização, tanto para estruturas planas quanto tridimensionais, fazendo com que esse dimensionamento seja mais vantajoso do que o que o convencional.

Além disso a consideração da não-linearidade geométrica permite a obtenção de um resultado baseado em um comportamento estrutural mais próximo do real.

9 Referências Bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de aço e de estrutura mista de aço e concreto de edifícios. NBR 8800. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares, NBR 16239, Rio de Janeiro, 2013.

AZOLIN, L. G.; NOVELLI, L.; ALVES, E. C. **Projeto otimizado de estruturas tubulares espaciais submetidas a carregamento dinâmico**. XXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, Brasília – DF, 2016.

DA FONSECA, Marcelo, 2007. Otimização de estruturas treliçadas planas e espaciais sob carregamento estáticos e dinâmicos, usando algoritmos genéticos e redes neurais. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

MARTINS, T. F. A, 2011. Otimização de estruturas

de treliças utilizando técnicas de programação linear. Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru.

MARTINELLI, L. B.; ALVES, E. C.; NOVELLI, L.; AZOLIN, L. G. Um sistema para análise dinâmica e não linear de treliças espaciais. In: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS APLICADOS EM ENGENHARIA, 37º, 2016, Brasília. **CILAMCE 2016 – XXXVII Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering**, 2016.

NETO, J. A. F.; VIEIRA, I. A, 1974. Análise matricial de estruturas. 2ª ed. Curitiba.

NOVELLI, L.; ALVES, E. C.; GOMES FILHO, H.; GAROZI, M. J. P.; AZEVEDO, M. S. Ferramenta computacional para o dimensionamento de estruturas tubulares treliçadas. In: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS APLICADOS EM ENGENHARIA, 36º, 2015, Rio de Janeiro. **CILAMCE 2015 – XXXVI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering**, 2015.

PRUDENTE, Mauro, 1998. Otimização de estruturas de aço treliçadas planas com variáveis discretas. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, São Carlos.

SAKA, M. P.; ULKER, M. Optimun design of geometrically nonlinear space trusses. **Computer and Structures**, v. 42, n. 3, p. 289-299, 1992.

SILVA, F. E. C.; SANTOS, F. P.; PEREIRA, J. T., Otimização De Forma E Dimensional De Estruturas Treliçadas Utilizando Algoritmo Híbrido, Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais Aplicados a Engenharia, Fortaleza, 2014.

SILVA, F. E. C.; SANTOS, F. P.; PEREIRA, J. T., Otimização Dimensional De Treliças Por Simulated Annealing Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais Aplicados a Engenharia, Fortaleza, 2014.