Dimensionamento Otimizado de Perfis Laminados I

***João Alfredo de Lazzari*[1]**
***Élcio Cassimiro Alves*[2]**

Resumo

O dimensionamento ótimo propõe o ideal buscando o menor custo, com confiabilidade e qualidade nos resultados. Dessa forma a elaboração de técnicas de otimização em conjunto com o processo de dimensionamento torna-se uma ferramenta relevante. Este trabalho tem como objetivo apresentar a formulação do problema de otimização para o dimensionamento de perfis I metálicos com base na NBR 8800:2008, a qual usa a ANSI/AISC 360:2005 como referência. A implementação de técnicas de otimização como o Algoritmo Genético e a Programação Quadrática Sequencial foi desenvolvida, com base em restrições geométricas, de solicitações, deformações e de uso específico, para que fossem comparados com os resultados do programa comercial CYPECAD 2015. O programa desenvolvido foi criado com base no *software* Matlab 2016a GUIDE, com uma interface visando à facilidade de manuseio do usuário. Foram obtidos resultados comparativos entre as técnicas de otimização com o programa comercial para 15 vigas. Sendo possível comprovar a validade desse programa e desenvolver um estudo detalhado do comportamento de cada técnica com relação à resistência efetiva dos perfis otimizados.

Palavras-chave: Otimização, Dimensionamento, Estruturas Metálicas, Interface Gráfica.

1 Introdução

No desenvolvimento de um projeto estrutural, a parte de análise e dimensionamento operam juntos, com um objetivo de buscar um projeto de baixo custo. Além da economia de projeto, o ideal deve atender aos requisitos de qualidade e confiabilidade (Alves, 2002). Tomando como parâmetro variável o peso do elemento, feito de material homogêneo, e tender este ao menor valor possível, e obedecendo a qualidade e confiabilidade sob as condições de projeto, obtém-se o que pode ser chamado de proposta ótima.

O problema abordado abrange de uma forma geral o desenvolvimento de um programa de dimensionamento de estruturas de aço. De maneira mais especifica, que é o foco desta pesquisa, irá ser destinado ao desenvolvimento do dimensionamento ótimo a vigas biapoiadas, com ênfase em técnicas de otimização e uma comparação de otimização contínua com discreta.

Para o dimensionamento, será abordada a verificação a flexão de uma viga biapoiada segundo os critérios da ABNT NBR 8800:2008. Os tipos de perfis mais pertinentes para esforços ocasionados pela flexão simples são aqueles que possuem maior momento de inercia no plano da flexão, ou seja, perfis que possuem mais áreas afastadas da linha neutra. Dessa forma, idealiza-se uma seção que seja formada por duas chapas horizontais (superior e inferior) ligadas por uma chapa vertical central mais fina. Assim, as vigas em formato I são as mais praticáveis, pela facilidade de mercado, e alta resistência às limitações de flambagem. (PFEIL, 2015).

Técnicas de otimização vem sendo cada vez mais exploradas no dimensionamento de estruturas metálicas, como pode ser visto em Novelli *et al.* (2015), Lubke *et al.* (2016) entre outros.

Conforme apresentado anteriormente, busca-se neste trabalho apresentar a formulação do problema de otimização para o dimensionamento de vigas metálicas baseado na NBR 8800:2008. Apresenta-se o resultados tanto para otimização determinística utilizando a Programação Quadrática Sequencial (PQS), bem como os resultados utilizando o Algoritmo Genético (AG). Uma análise comparativa será feita entre os resultados

1 email: joaoadelazzari@outlook.com.br
2 email: elcio.calves1@gmail.com
Centro Tecnológico – UFES, Departamento de Engenharia Civil, Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, CEP 29075-910, Vitória – ES.

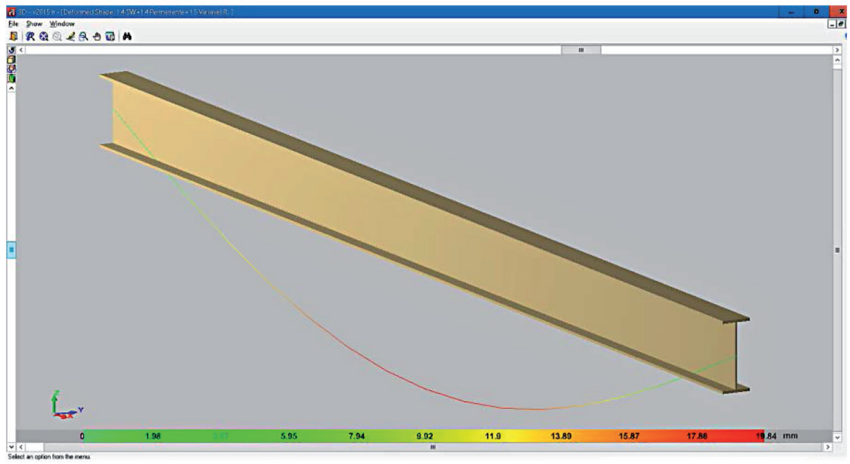

Figura 1 *– Viga biapoiada com carregamento uniforme, de 8 m de comprimento, com perfil laminado I W460 x 89, modelada no programa comercial CYPECAD 3D 2015.*

obtidos utilizando-se os diferentes algoritmos de otimização com o resultado do programa comercial CYPECAD 2015 (Figura 1).

2 Propriedades Geométricas

A seção utilizada para o dimensionamento ótimo será a de perfis I e H de abas paralelas do catálogo da GERDAU. Dessa forma, torna-se interessante definir todas as variáveis geométricas. A Figura 2 mostra as variáveis geométricas básicas. A variável X é um vetor contendo d, b_f, R, t_w e t_f do perfil, e será utilizada como a variável a ser otimizada.

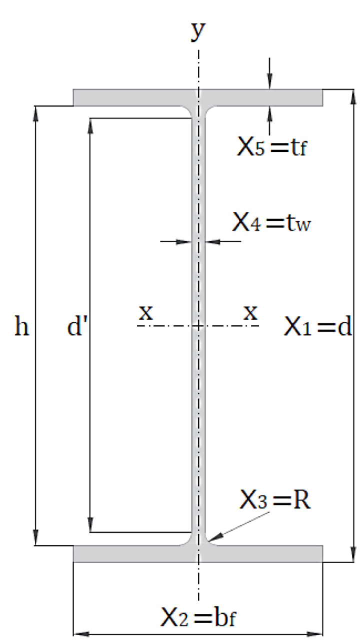

Figura 2 *– Variáveis geométricas em perfil laminado I e o vetor X.*

onde

X_1 – distância da face superior da mesa superior à face inferior da mesa inferior (d);

X_2 – largura da mesa do perfil (b_f);

X_3 – raio de concordância entre a alma e a mesa da seção (R);

X_4 – espessura da alma (t_w);

X_5 – espessura da mesa (t_f);

h – distância da face inferior da mesa superior à face superior da mesa inferior ($d - 2t_f$);

d’ – altura livre da alma (sem os raios de concordância, $h - 2R$).

Além das características geométricas básicas, será definido abaixo: parâmetro de esbeltez correspondente à mesa da seção (1); parâmetro de esbeltez correspondente à alma do perfil (2); área bruta (3); momento de inércia em relação ao eixo x (4); módulo de resistência elástico do lado comprimido e tracionado da seção, relativo ao eixo de flexão, x (5); módulo plástico para flexão em torno do eixo x (6); momento de inércia em relação ao eixo y (7); raio de giração em torno de y (8); constante de empenamento (9); constante de torção (10).

$$\lambda_f = \frac{b_f}{(2t_f)} \tag{1}$$

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w} \tag{2}$$

$$A_b = 2b_f t_f + ht_w + R^2\,(4 - \pi) \tag{3}$$

$$I_x = \frac{h^3\, t_w + b_f\,(d^3 - h^3)}{12} + \frac{R}{6}\,(h^3 - d'^3) - \pi R^2 \left(\frac{R^2}{4} + \frac{d'^2}{4} + d'\,\frac{4R}{3\pi}\right) \quad (4)$$

$$W_{xc} = W_{xt} = \frac{Ix}{d/2} \quad (5)$$

$$Z_x = \frac{b_f\,(d^2 - h^2) + t_w h^2}{4} + R^2\left[2(d' + R) - \pi\left(\frac{d'}{2} + \frac{4R}{3\pi}\right)\right. \quad (6)$$

$$I_x = \frac{2t_f\, b_f^3 + d'\, t_w^3}{4} + \frac{R(2R + t_w)^3}{6} - \frac{16R}{3\pi}\left[R^2 + R^2 + (2R + t_w)\left(2R + t_w - \frac{16R}{3\pi}\right)\right] \quad (7)$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A_b}} \quad (8)$$

$$C_w = \frac{I_y\,(d - t_f)^2}{4} \quad (9)$$

$$J = \frac{1}{3}\,(2b_f\, t_f^3 + h t_w^{\;3}) + 2\alpha_1\, D_1^{\;4} - 0{,}420 t_f^4 \quad (10)$$

onde

$$\alpha_1 = -\,0{,}042 + 0{,}2204\,\frac{t_w}{t_f} + 0{,}1355\,\frac{R}{t_f} - 0{,}0865\,\frac{t_w R}{t_f^2} - 0{,}0725\,\frac{t_w^{\;2}}{t_f^2} \quad (11)$$

$$D_1 = \frac{(t_f + R)^2 + t_w\,(R + \frac{t_w}{4}}{2R + t_f} \quad (12)$$

3 Metodologia

O dimensionamento de estruturas de aço para edifícios no Brasil é encontrado na NBR 8800: 2008. A norma brasileira é em grande parte baseada nas normas internacionais, como exemplo a Norma Americana, ANSI/AISC 360-05 (2005), *Specification for Structural Steel Buildings* (*American Institute of Steel Construction*). Para este artigo o dimensionamento de estruturas de aço foi seguido pela norma brasileira.

Visando um dimensionamento ótimo, aquele que gera o menor custo de material, técnicas de otimização foram empregadas. Neste artigo será utilizado duas técnicas de otimização: modelo matemático determinístico com variável contínua, e modelo probabilístico com variável discreta. Para o modelo matemático, foi utilizado a Programação Quadrática Sequencial (PQS), já para o modelo probabilístico foi utilizado o Algoritmo Genético (AG).

O dimensionamento ótimo foi implementado em Matlab 2016a, e com o auxílio do GUIDE (*Graphical User Interface Development Environment*). Desse modo foi possível elaborar uma interface gráfica para facilitar o estudo e futuramente ser efetuado como módulo a um programa de análise estrutural.

3.1 Dimensionamento

O dimensionamento foi realizado considerando uma viga biapoiada com carregamento uniforme, e perfis laminados da GERDAU.

Para o dimensionamento da viga, a qual está sujeita somente a flexão simples, foram calculados as resistências e comparadas às solicitações, para o estado limite último (Equações (13) e (14)). Para o estado limite de serviço foram verificados os deslocamentos máximos (Equação (15)). Todas as verificações foram realizadas na forma normalizada:

$$\frac{M_{Sd}}{M_{Rd}} \leq 1 \quad (13)$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd}} \leq 1 \quad (14)$$

$$\frac{f_{max}}{f_{lim}} \leq 1 \quad (15)$$

O qual M_{Sd} e V_{Sd} é o momento solicitante de cálculo e a força cortante de cálculo, definidos pelos valores máximos do diagrama de momento de flexão e diagrama de força cortante, respectivamente, de uma viga biapoiada com carregamento uniforme com ação permanente e ação variável combinada. As solicitações resistentes do momento de flexão e da força cortante para cada estado-limite pode ser generalizado por, M_{Rd} e V_{Rd}. Para a verificação do estado limite de serviço, tem-se f_{max} que é a flecha máxima estabelecida no meio do vão e a f_{lim} que é a flecha limite determinada pela NBR 8800:2008.

3.1.1 Momento Fletor Resistente de Cálculo

Os estados limites últimos a serem verificados em vigas solicitadas à flexão são: flambagem local, flambagem global e plastificação total da seção transversal. A flambagem local é definida pela perda de estabilidade da mesa e/ou da alma comprimidas do perfil, o que reduz o momento resistente do perfil. A flambagem global é definida pela perda do equilíbrio da viga ao longo do seu eixo, apresentando deslocamentos laterais e rotações de torção da seção. Caso o momento resistente atinja o momento de plastificação, sem sofrer flambagem, configura grandes rotações desenvolvidas na viga, tornando a seção em uma rótula plástica. Além dos estados limites últimos a serem verificados é importante destacar a validação da análise estrutural elástica, que será delimitada pelo momento resistente que limita somente ao comportamento elástico.

De acordo com a NBR 8800:2008, anexo G, o momento de flexão resistente de cálculo para o estado limite último de flambagem local da mesa (FLM) e flambagem local da alma (FLA) é definido pelas inequações:

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}\text{, para } \lambda \leq \lambda_p \tag{16}$$

$$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{a1}}\left[M_{pl} - (M_{pl} - M_r)\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}\right], \tag{17}$$

para $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$

$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}}\text{, para } \lambda > \lambda_r \tag{18}$$

onde

- M_{pl} – momento de plastificação total da seção;
- γ_{a1} – coeficiente parcial de segurança para aço estrutural (estados limite de escoamento e flambagem);
- M_r – momento de início de escoamento considerando as tensões residuais;
- λ_p – parâmetro de esbeltez correspondente a plastificação;
- λ_r – parâmetro de esbeltes correspondente ao início de escoamento;
- λ – parâmetro de esbeltez correspondente ao elemento do perfil (λ_f para a mesa e λ_w para a alma);
- M_{cr} – momento crítico de flambagem elástica.

Flambagem Local da Mesa. A verificação da flambagem localizada na mesa comprimida do perfil I será feita com base no parâmetro de esbeltez do elemento. Ao se definir o parâmetro de esbeltez da mesa $\lambda = \lambda_f$, pela equação (1), e compará-lo com os índices λ_p e λ_r, é possível determinar o estado limite governado para o elemento, concomitante ao momento fletor resistente referente à flambagem da mesa, descrito nas equações (16), (17) e (18).

As equações das variáveis para as equações (16), (17) e (18) são:

$$M_{pl} = Z_x f_y \tag{19}$$

$$M_r = W_x\,(f_y - \sigma_r) \tag{20}$$

$$M_{cr} = \frac{0{,}69\mathrm{E}}{\gamma_f^2} W_x \tag{21}$$

$$\lambda_p = 0{,}38\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{22}$$

$$\lambda_r = 0{,}83\sqrt{\frac{E}{f_y - \sigma_r}} \tag{23}$$

onde

- f_y – resistência ao escoamento do aço;
- W_x – módulo de resistência elástico mínimo da seção, relativo ao eixo de flexão, *x*;
- σ_r – tensão residual de compressão nas mesas, tomadas igual a 30% do f_y;
- E – modulo de elasticidade do aço (200 MPa).

Flambagem Local da Alma. A verificação da flambagem localizada na alma do perfil I também será realizada com base no índice de esbeltez do elemento. Da mesma forma, ao definir o índice de esbeltez da alma $\lambda = \lambda_w$, pela equação (2), e compará-lo com os índices λ_p e λ_r, é possível determinar o estado limite governado para o elemento, concomitante ao momento fletor resistente referente à flambagem da alma, descrito nas equações (16), (17) e (18).

Entretanto, para a verificação de almas esbeltas (equação (18)), a verificação é mais elaborada, e pode ser encontrada no anexo H da NBR 8800:2008. Para o caso de perfis laminados, a alma é pouco esbelta, e dessa forma não sendo necessária esta verificação.

Seguem-se as equações das variáveis para as equações (16), (17), para M_{pl} foi utilizado a equação (19):

$$M_{pr} = W_x f_y \tag{24}$$

$$\lambda_p = 3{,}76\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{25}$$

$$\lambda_r = 5{,}70\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{26}$$

Flambagem Lateral com Torção. De acordo com a NBR 8800:2008, anexo G, o momento fletor resistente de cálculo para o estado limite último de flambagem lateral com torção (FLT) é definido pelas inequações, para M_{pl} foi utilizado a equação (19):

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}\text{, para } \lambda \leq \lambda_p \tag{27}$$

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}}\left[M_{pl} - (M_{pl} - M_r)\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}\right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}, \tag{28}$$

para $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$

$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}\text{, para } \lambda > \lambda_r \tag{29}$$

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2}\sqrt{\frac{C_w}{I_y}\left(1 + 0{,}039\frac{J L_b^2}{C_w}\right)} \tag{30}$$

$$C_b = \frac{12{,}5 M_{máx}}{2{,}5 M_{máx} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \leq 3{,}0 \tag{31}$$

$$\lambda_p = 1{,}76\sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{32}$$

$$\lambda_r = \frac{1{,}38\sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1}\sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{C_W \beta_1^2}{I_y}}} \tag{33}$$

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r) W_x}{E J} \tag{34}$$

onde

λ – coeficiente de esbeltez da viga, definido por $\frac{L_b}{r_y}$, onde L_b é o comprimento destravado da viga, e r_y o raio de giração em relação ao eixo y (equação (8);

M_{pl} – momento de plastificação total da seção, definido pela equação (19);

M_r – momento de início de escoamento considerando as tensões residuais, definido pela Equação (20);

M_{cr} – momento crítico de flambagem elástica.

C_b – fator de modificação da resistência à flexão para o diagrama não uniforme de momento de flexão, definido por:

$M_{máx}$ – momento fletor máximo no trecho da viga em módulo;

M_A – momento fletor a uma distancia de 25% do comprimento da viga em relação a um dos pontos de contenção lateral;

M_B – momento fletor a uma distancia de 50% do comprimento da viga em relação ao mesmo ponto de contenção lateral definido para M_A;

M_C – momento fletor a uma distancia de 75% do comprimento da viga em relação ao mesmo ponto de contenção lateral definido para M_A.

λ_p – parâmetro de esbeltez correspondente a plastificação, definido por:

λ_r – parâmetro de esbeltez correspondente ao início de escoamento, definido por:

f_y – resistência ao escoamento do aço;

W_x – módulo de resistência elástico mínimo da seção, relativo ao eixo de flexão, x;

σ_r – tensão residual de compressão nas mesas, tomadas igual a 30% do f_y;

E – módulo de elasticidade do aço (200 MPa).

Validade da Análise Estrutural Elástica. Como toda a abordagem do dimensionamento é realizada com base no comportamento elástico, o momento fletor resistente de cálculo fica limitado ao momento resistente:

$$M_{d,res} = \frac{1{,}5 W_x f_y}{\gamma_{a1}} \tag{35}$$

onde

W_x – módulo de resistência elástico mínimo da seção, relativo ao eixo de flexão, x;

f_y – resistência ao escoamento do aço;

f_{y1} – coeficiente parcial de segurança para aço estrutural (estados limite de escoamento e flambagem)

3.1.2 Força Cortante Resistente de Cálculo

A resistência à força cortante é restringida pela flambagem da alma, ocasionada pelas tensões cisalhantes e pelo escoamento da alma. Dessa forma o elemento resistente à força cortante será a alma. Para a verificação de perfis I com flexão em relação ao eixo perpendicular a alma (eixo de maior momento de inercia), a força cortante resistente de cálculo é dada por:

$$V_{Rd} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}} \text{, para } \lambda \leq \lambda_p \quad (36)$$

$$V_{Rd} = \text{λ\_P/λ\_w}\ \frac{\lambda_p}{\lambda_w}\ \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}} \text{, para } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r \quad (37)$$

$$M_{Rd} = 1{,}24 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda_w}\right)^2 \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}} \text{, para } \lambda > \lambda_r \quad (38)$$

sendo

$$\lambda_p = 1{,}10 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} \quad (39)$$

$$\lambda_r = 1{,}37 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} \quad (40)$$

$$V_{pl} = 0{,}60 A_w f_y \quad (41)$$

$$A_w = d t_w \quad (42)$$

onde

k_v – fator amplificador do parâmetro de esbeltez;

$k_v = 5{,}0$ para $a/h > 3$ ou $a/h > \left(\frac{260}{h/t_w}\right)^2$

sendo $k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2}$ para todos os outros casos;

a – é a distância entre enrijecedores, que será atribuída como o comprimento total da viga, considerando-se enrijecedores somente nos apoios.

O fato de serem somente perfis laminados, o uso de enrijecedores ficou limitado, pois as almas são pouco esbeltas, de modo que a resistência à flambagem da alma seja suficiente para atender às solicitações (PFEIL, 2015). Nesse caso optou-se por aumentar a espessura da alma, caso há a necessidade de enrijecedores.

3.1.3 Deslocamento Limite

Para a verificação do estado limite de serviço, compara-se f_{lim} com f_{max} (Equação (15). Sendo que, f_{lim} é a flecha limite determinada para vigas de piso (L/350) de acordo com a NBR 8800:2008, e f_{max} é a flecha máxima formada pelo comportamento elástico da viga biapoiada com carregamento uniforme, determinada assim:

$$f_{max} = \frac{5\, Q_{ser}\, L^4}{384\, E\, I_x} \quad (43)$$

onde

Q_{ser} – carregamento uniformemente distribuído referente à combinação do estado limite de serviço;

L – comprimento da viga;

E – modulo de elasticidade do aço (200 MPa);

I_x – momento de inercia em relação ao eixo de maior inercia, Equação (4).

3.2 Dimensionamento Ótimo Deterministico

A otimização contínua, será formulada com base na Programação Quadrática Sequencial (PQS). Com o auxílio do Optimization Toolbox™ do Matlab, é possível encontra o mínimo de uma função objetivo, tal que satisfaça as restrições. A formulação do problema fica descrita como: função objetivo (expressão 44); ponto inicial expresso (45); limite inferior e superior (expressão 46); função de restrições não lineares (expressão 47).

$$f_{objetivo}(X) = [2X_2X_5 + (X_1 - 2X_5)X_4 + X_3^2(4 - \pi)]\, \rho_{aço} \quad (44)$$

$$X_0 = [\ 383\ \ 213\ \ 13\ \ 11\ \ 14\ ]\ mm \quad (45)$$

$$[\ 148\ \ 100\ \ 10\ \ 4{,}3\ \ 4{,}9\ ] \leq X \leq [\ 617\ \ 325\ \ 16\ \ 17{,}4\ \ 22{,}2\ ]\ mm \quad (46)$$

$$f_{restrições}(X) = \begin{cases} \{1\} & \dfrac{M_{Sd}}{M_{Rd,FLM}} \leq 1 \\ \{2\} & \dfrac{M_{Sd}}{M_{Rd,FLA}} \leq 1 \\ \{3\} & \dfrac{M_{Sd}}{M_{Rd,FLT}} \leq 1 \\ \{4\} & \dfrac{M_{Sd}}{M_{Rd,res}} \leq 1 \\ \{5\} & \dfrac{V_{Sd}}{V_{Rd}} \leq 1 \\ \{6\} & \dfrac{f_{max}}{f_{lim}} \leq 1 \\ \{7\} & \lambda_w \leq \lambda_r, \; para\ FLA \\ \{8\} & \dfrac{a}{h} > 3 \;\; ou \;\; \dfrac{a}{h} > \left(\dfrac{260}{h/t_w}\right)^2 \\ \{9\} & 0{,}96 \leq \dfrac{X_1}{X_2} \leq 3{,}22 \\ \{10\} & 1 \leq \dfrac{X_4}{X_5} \leq 1{,}79 \\ \{11\} & 17{,}08 \leq \dfrac{X_1}{X_4} \leq 62{,}34 \\ \{12\} & 9{,}41 \leq \dfrac{X_2}{X_5} \leq 27{,}82) \end{cases} \tag{47}$$

onde $\rho_{aço}$ é o peso específico do aço (7850 kgf/m^3).

Note que a função objetivo (expressão 44) é composta pela área – Equação (3) – vezes o peso específico do aço. Dessa forma é possível determinar o peso de aço por linear. Quanto menor for o peso de aço por linear de viga determinado, menor será o consumo, e consequentemente menor será o custo.

O ponto inicial (expressão 45) foi obtido como um ponto médio dos limites inferiores e superiores (expressão 46). Já que é um ponto que fica mais próximo dos limites de forma equivalente. E esses limites foram obtidos como os valores mínimos e máximos de cada elemento geométrico descrito na Figura 2, de acordo com o catálogo da GERDAU (perfis estruturais da GERDAU).

A função de restrições (expressão 47) pode ser dividida em quatro seções: restrições aos esforços; restrição de alma esbelta; restrição a enrijecedores; restrições geométricas. As restrições às solicitações são as restrições {1}, {2}, {3}, {4}, {5} e {6}, são verificações dos esforços solicitantes com os resistentes e da deformação, definidos em expressões (13), (14) e (15). A restrição de alma esbelta {7} foi implementada para evitar situações às quais a FLA atenda a equação (18), pois a verificação da FLA onde $\lambda_w > \lambda_r$, deve atender ao anexo H da NBR 8800:2008. A restrição a enrijecedores {8} foi criada para que excluísse a necessidade de enrijecedores, dessa forma a restrição impõe um aumento da espessura da alma para conter a flambagem por cisalhamento da alma. E por ultimo, as restrições geométricas foram necessárias, para que a otimização contínua fornecessem valores proporcionais dentro dos limites mínimos e máximos apresentados no catálogo de perfis da GERDAU para os perfis laminados.

3.3 Dimensionamento Ótimo Probabilistico

A técnica de otimização usada para o problema de variável discreta foi o Algoritmo Genético. Com o auxílio do Optimization Toolbox™ do Matlab 2016a, e por meio da função *ga*, foi possível determinar o mínimo de uma função aptidão, respeitando as restrições do problema, com uma técnica probabilística. Para a formulação do problema foi necessário: função aptidão (expressão 48); limite inferior e superior (expressão 49); função de restrições não lineares (expressão 50).

$$\begin{gathered} X' \rightarrow X \\ f_{aptidão}(X') = f(X) = [2X_2X_5 + (X_1 - 2X_5)X_4 + \\ X_3^2(4-\pi)]\ \rho_{aço} \end{gathered} \tag{48}$$

$$[\,0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\,] \leq X' \leq [\,1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\,] \tag{49}$$

Para este problema de variável discreta, houve a necessidade de uma troca de variável para atender a função do Matlab *ga*. Essa troca está sendo simbolizada dentro da função aptidão (expressão 48). A variável X' é um vetor com sete variáveis, e todas sendo valores de 0 ou 1, exclusivamente, para cada célula do vetor. Garantindo-se que a variável X' obtenha valores que sejam somente inteiros, em todas as suas células, e restringindo os limites inferiores e superiores como descrito em (expressão 49), é possível controlar o vetor X' como sendo um vetor binário. Dessa forma cada binário com sete células, representa um valor inteiro quando convertido. Assim será representando como a posição do perfil no catálogo, e transformando o vetor *X'* no *X* para que possa ser determinado o peso do perfil destinado ao binário encontrado em *X'*. Dessa forma o problema se torna um problema de variável discreta, onde será limitado ao perfis do catálogo da GERDAU.

Os limites superiores e inferiores (49) são os binários que representam o inteiro convertido mínimo e máximo para sete células. Note que o valor inteiro para o binário do limite inferior é 0 e para o limite superior é 127. Como a tabela de perfis só tem 88 perfis, dessa forma, dentro da função aptidão foi incluído uma condição a qual quando o vetor binário *X'* for transformado em uma variável *X* não existente, como por exemplo, um perfil do catálogo entre as posições 89 e 128 o qual não existe, ele irá retornar sempre ao perfil de maior peso da tabela.

$$f_{restrições}(X)=\begin{cases}\{1\} & \dfrac{M_{Sd}}{M_{Rd,FLM}}\leq 1\\[2ex] \{2\} & \dfrac{M_{Sd}}{M_{Rd,FLA}}\leq 1\\[2ex] \{3\} & \dfrac{M_{Sd}}{M_{Rd,FLT}}\leq 1\\[2ex] \{4\} & \dfrac{M_{Sd}}{M_{Rd,res}}\leq 1\\[2ex] \{5\} & \dfrac{V_{Sd}}{V_{Rd}}\leq 1\\[2ex] \{6\} & \dfrac{f_{max}}{f_{lim}}\leq 1\\[2ex] \{7\} & \lambda_w\leq\lambda_r,\ para\ FLA\\[2ex] \{8\} & \dfrac{a}{h}>3\ \ ou\ \ \dfrac{a}{h}>\left(\dfrac{260}{h/t_w}\right)^2\end{cases}\qquad(50)$$

A função de restrições (expressão 50) segue o mesmo padrão que a função de restrições para a otimização determinística (expressão 47). Entretanto, note-se que não possui as restrições geométricas definidas na otimização determinística, já que se trata de uma otimização discreta, e não havendo a necessidade dessas limitações.

Observa-se que toda a técnica de otimização pelo algoritmo genético será feita com base em uma variável binária. Dessa forma foi utilizada uma população inicial igual a uma matriz binária, onde cada linha representa um conjunto de binários referente a um número inteiro. Sendo assim a matriz da população inicial tem 88 linhas, onde cada linha representa um perfil do catálogo da GERDAU. Portanto, a população inicial irá abranger todas as possíveis soluções do problema, entretanto, o prosseguimento do algoritmo irá gerar uma lentidão no processamento do resultado. Para isso, foi proposto um número máximo de gerações, igual a 25 e um número máximo de gerações quando o resultado convergir igual a 20.

4 Exemplos Comparativos

4.1 Interface Gráfica

A interface foi desenvolvida com o auxílio do GUIDE (*Graphical User Interface Development Environment*) do Matlab 2016a. Nessa interface é possível fazer a verificação do perfil escolhido e também a otimização discreta e contínua para uma viga solicitada a flexão de forma acessível ao usuário. Na Figura 3 tem um exemplo para a viga V4 com os seguintes dados: carregamento permanente de 12 kN/m mais o peso próprio e variável de 9 kN/m; modulo de elasticidade de 20.000 kN/cm^2; tensão de escoamento do aço de 34,5 kN/cm^2; comprimento da viga de 8,5 m; perfil laminado; sem contenção lateral.

Como exemplo inicial para a verificação, o perfil escolhido foi o W 460 x 97,0. Na Figura 3 tem-se que o estado limite de FLT não foi atendido, já que o momento solicitante de calculo é maior que o resistente. Dessa forma, a interface apresenta uma mensagem de erro e de forma gráfica mostra em vermelho onde não foi atendido.

A combinação de ações foi realizada de acordo com a NBR 8681. Dentro do painel das Ações, é possível abrir uma janela (Figura 4) que permite o usuário classificar as ações, de forma que sejam definidos os coeficientes para majoração e minoração. Para a aplicação em exemplos (item 4.2) foi utilizado à mesma classificação da Figura (4).

No painel de otimização é possível visualizar as funções e variáveis envolvidas na otimização, descritas nos itens 3.2 e 3.3. Na Figura 5 destacam-se as janelas onde é possível alterar o problema e as restrições.

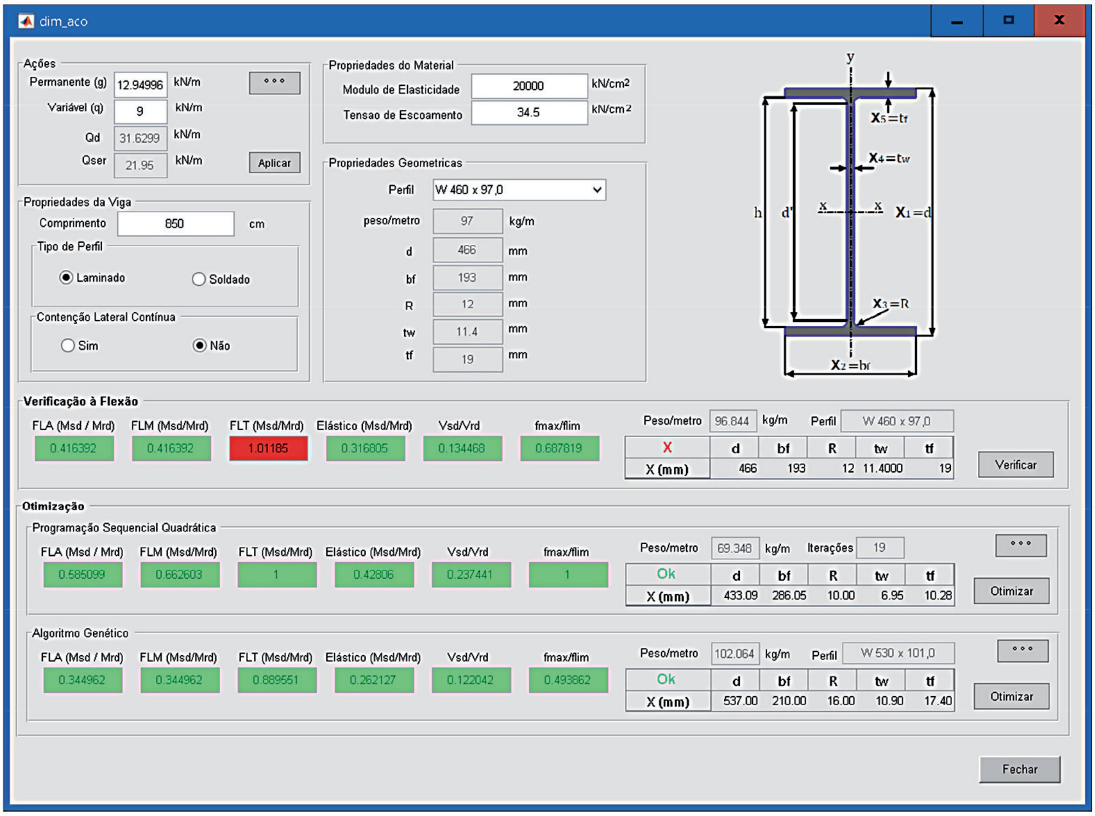

Figura 3 – *Interface do programa de dimensionamento para perfis I (viga V4).*

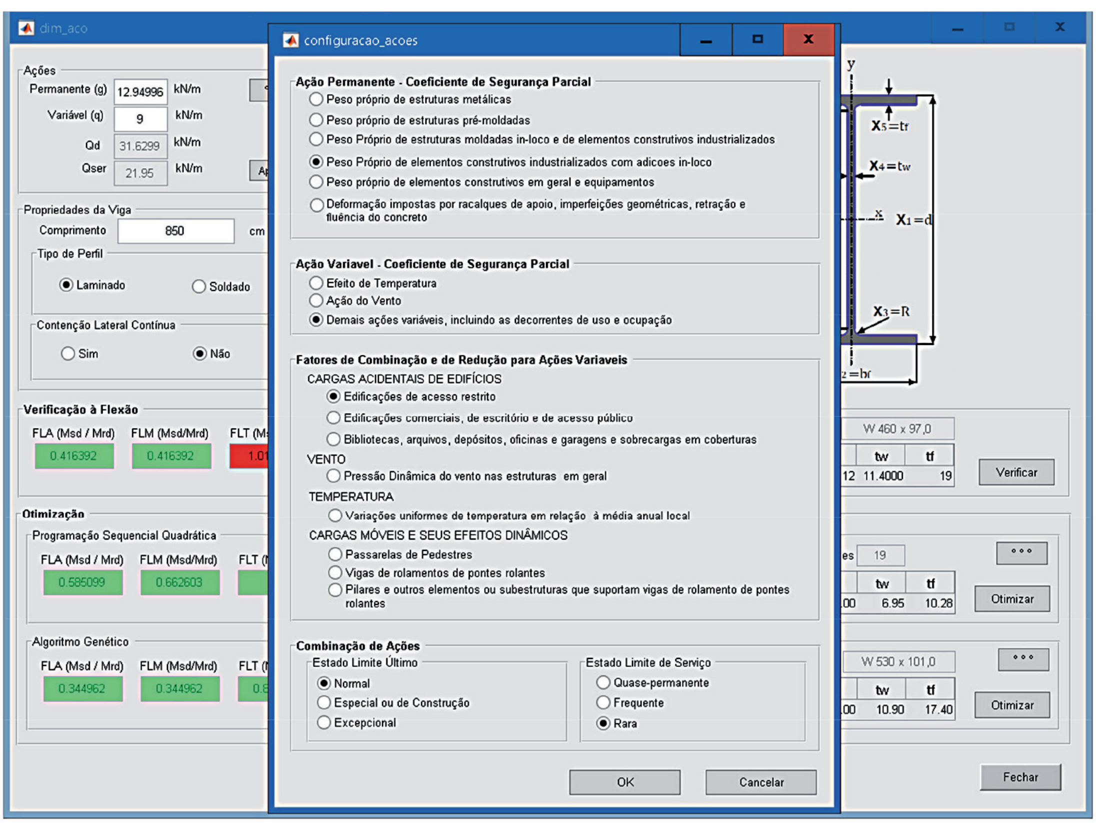

Figura 4 – *Interface do programa de dimensionamento, com a janela de combinação de ações.*

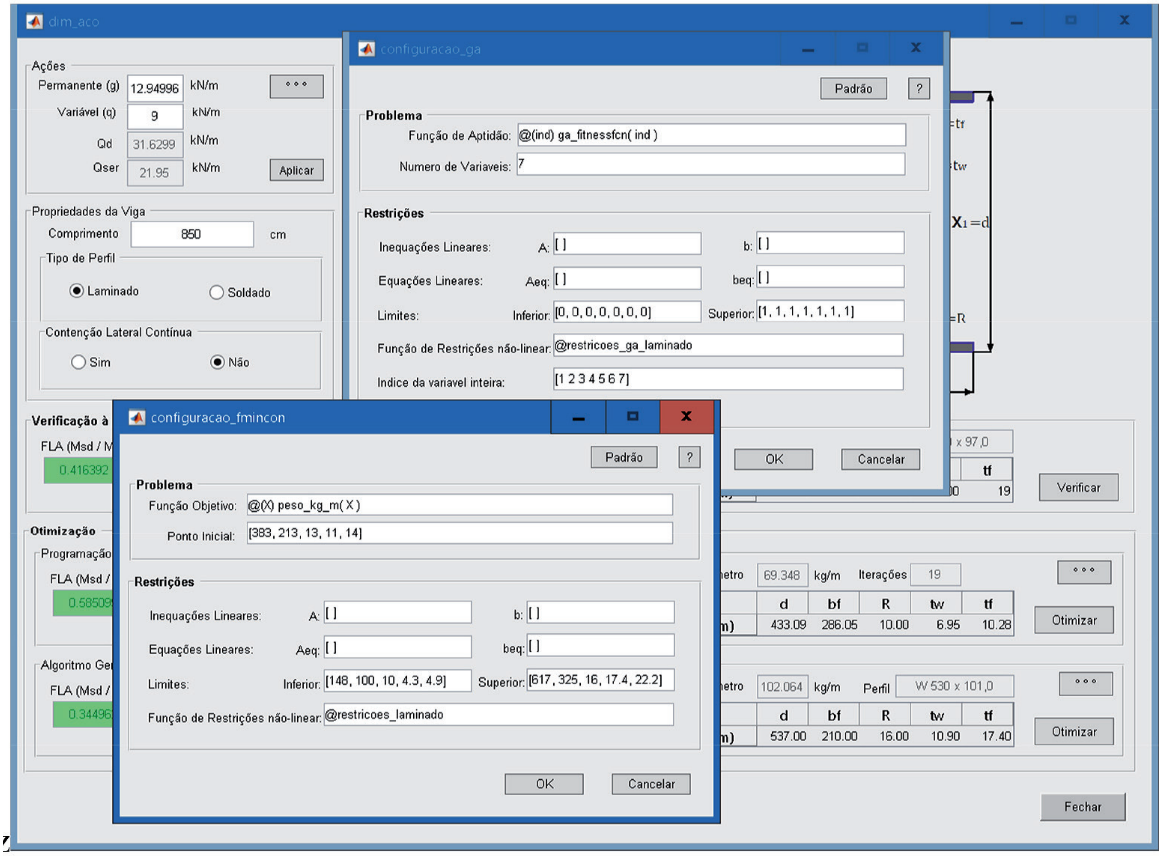

Figura 5 – Interface do programa de dimensionamento, com as janelas de configurações das técnicas de otimização.

4.2 Aplicação

Com base em Lubke (2016), será feita uma comparação do programa desenvolvido com programas comerciais de dimensionamento, para um conjunto de vigas solicitadas ao mesmo carregamento, só que variando o seu comprimento. Foi utilizado como comparação o programa CYPECAD, e foram verificadas 15 vigas, solicitadas a uma combinação de ação permanente (12 kN/m) e variável (9 kN/m), incluindo-se o peso próprio de acordo com as definições na Figura 4. Os comprimentos foram aumentando a um acréscimo de 0,5 m para cada viga, e as últimas duas vigas (V14 e V15) têm contenção lateral contínua.

Primeiramente foram dimensionadas as vigas pelo programa comercial, e comparadas com a otimização discreta, a qual utiliza o algoritmo genético. Na Tabela 1 estão os resultados otimizados pelo CYPECAD e pelo Algoritmo Genético (AG).

Notar que as vigas V4, V7 e V12, possuíram dimensionamentos diferentes, onde a otimização pelo AG forneceu os perfis sequenciais em peso sugeridos pelo CYPECAD. Nos outros casos o dimensionamento ótimo foi equivalente. Na Tabela 2 foi computada a uma comparação dos pesos ótimos pela otimização discreta e contínua.

Na Tabela 2, observe-se que a otimização contínua (PQS), obteve pesos bem menores que os sugeridos pelo programa comercial e pelo AG. Isso ocorre devido ao PQS otimizar cada variável independentemente, permitindo que as dimensões dos perfis atinjam valores fora dos sugeridos no catálogos. Assim, essa otimização do perfil se torna complicado para a sua fabricação, já que os perfis são fabricados de acordo com os catálogos de mercado. Na Tabela 3 têm todas as dimensões dos perfis otimizados pela PQS. Apesar dos perfis não terem dimensões de catálogos, as suas dimensões e proporcionalidades, se aproximam dos perfis laminados do catálogo da GERDAU, já que eles foram otimizados sob as restrições geométricas (Equação (47)).

Com a finalidade de estudar as solicitações normalizados, foi definido como resistência efetiva ou relativa à capacidade do perfil de sustentar aos esforços solicitantes de forma efetiva. Dessa forma um perfil terá 100% de resistência se ele ter resistências iguais as solicitações. Para perfis com resistência maiores que 100%, estão sob condições de instabilidade e

Tabela 1 – Comparação da otimização discreta CYPECAD vs. AG.

Viga [*V#*]	Comprimento [*m*]	Contenção Lateral [*sim/não*]	CYPECAD [*perfil*]	AG [*perfil*]
V1	7	Não	W 360 x 64	W 360 x 64,0
V2	7,5	Não	W 360 x 79	W 360 x 79,0
V3	8	Não	W 460 x 89	W 460 x 89,0
V4	8,5	Não	W 460 x 97	W 530 x 101,0
V5	9	Não	W 530 x 109	W 530 x 109,0
V6	9,5	Não	W 610 x 125	W 610 x 125,0
V7	10	Não	W 610 x 125	W 610 x 140,0
V8	10,5	Não	W 610 x 140	W 610 x 140,0
V9	11	Não	W 610 x 155	W 610 x 155,0
V10	11,5	Não	W 610 x 155	W 610 x 155,0
V11	12	Não	W 610 x 155	W 610 x 155,0
V12	12,5	Não	W 610 x 155	W 610 x 174,0
V13	13	Não	W 610 x 174	W 610 x 174,0
V14	13,5	Sim	W 610 x 155	W 610 x 155,0
V15	14	Sim	W 610 x 174	W 610 x 174,0

Tabela 2 – Comparação dos pesos otimizados entre o CYPECAD, AG e o PQS.

Viga	CYPECAD	AG	PQS
V1	64,13	64,09	51,12
V2	79,44	79,44	57,01
V3	89,57	89,57	63,08
V4	96,87	102,06	69,35
V5	109,66	109,66	75,92
V6	125,68	125,70	82,76
V7	125,68	140,77	89,91
V8	140,75	140,77	99,75
V9	155,51	155,50	110,85
V10	155,51	155,50	122,79
V11	155,51	155,50	135,70
V12	155,51	174,89	148,01
V13	174,90	174,89	161,29
V14	155,51	155,50	143,17
V15	174,90	174,89	162,38

insegurança. Assim, buscam-se valores de resistência menores ou iguais a 100%.

A Tabela 4, tem os valores percentuais da razão entre as solicitações e as resistências. Definindo resistência como as solicitações destinadas à combinação de estado limite último, e deformação ao estado limite de serviço, foi possível comparar as técnicas de otimização e a formulação da verificação ao dos perfis quanto à flexão de acordo com NBR 8800:2008.

Tabela 4 – Comparação da Resistencia relativa/efetiva e deformação relativa/efetiva.

Viga	CYPECAD		AG		PQS	
	Resistência	Deformação	Resistência	Deformação	Resistência	Deformação
V1	88,42%	95,51%	90,10%	94,50%	100,00%	100,00%
V2	76,95%	92,82%	78,41%	92,18%	100,00%	100,00%
V3	92,82%	62,68%	94,59%	62,10%	100,00%	100,00%
V4	99,29%	69,12%	88,96%	49,39%	100,00%	100,00%
V5	93,17%	55,05%	94,94%	54,55%	100,00%	100,00%
V6	83,09%	44,42%	84,67%	43,79%	100,00%	100,00%
V7	98,77%	51,59%	82,28%	45,28%	100,00%	100,00%
V8	94,86%	52,81%	96,67%	52,42%	100,00%	100,00%
V9	63,23%	53,27%	64,44%	52,72%	100,00%	92,69%
V10	73,84%	60,67%	75,25%	60,24%	100,00%	82,90%
V11	85,58%	68,73%	87,21%	68,45%	100,00%	100,00%
V12	98,50%	77,48%	82,53%	68,42%	100,00%	100,00%
V13	92,45%	76,98%	94,22%	76,97%	100,00%	100,00%
V14	50,11%	97,18%	49,61%	97,46%	52,02%	100,00%
V15	47,93%	95,76%	47,45%	96,13%	49,94%	100,00%

Comparando-se os resultados do programa comercial com o AG, nota-se que os resultados foram muito próximos para as vigas que obtiveram o mesmo perfil otimizado (V1, V2, V3, V5, V6, V8, V9, V10, V11, V13, V14, V15), com uma média de variação de **1,75%** para a resistência relativa e **0,71%** para a deformação relativa. Para as vigas V4, V7 e V12 onde os perfis otimizados foram diferentes, observa-se que esse perfil para o AG possui menor resistência efetiva que o mostrado pelo programa comercial. Ainda para essas mesmas vigas o programa comercial têm valores de resistência efetiva bem próxima de 100%, o que justifica o aumento de perfil pela otimização AG, e a redução da resistência relativa. Na Figura 3 mostra os resultados da V4, e observa-se que a verificação para o perfil encontrado no programa comercial obteve um valor da resistência normalizada maior que 100%, o que gerou uma procura do algoritmo a outro perfil mais próximo que atendesse às solicitações.

Os resultados da Tabela 4 podem ser visualizados por meio do Gráfico 1 e Gráfico 2. Os gráficos são formados por um conjunto de barras. Cada viga têm seis barras. As três barras mais altas e grossas, representam o peso por metro linear o qual o método utilizado alcançou. As três barras menores, e mais finas, dentro de cada barra mais espessa representa quantos por cento do peso atingido é utilizado de forma efetiva no perfil dimensionado. Ou seja, aquele método que têm as duas barras (a mais grossa e mais espessa) do mesmo tamanho, têm um uso efetivo do peso dimensionado de 100%.

Observa-se que os resultados pelo programa comercial possui o mesmo comportamento que o utilizado no AG, com uma mínima diferença, para as vigas com o mesmo perfil otimizado. Nas vigas com o perfil diferente (V4, V7 e V12) tem uma pequena diferença, pelo fato de usar um perfil diferente. Ainda, para o método do PQS nota-se que grande parte do uso efetivo da resistência e da deformação, atenderam a 100%. Além disso é importante destacar que para as vigas de comprimentos menores (V1 e V2) e para as vigas com contenção lateral (V14 e V15), o fator determinante para o dimensionamento foi à deformação. Para o restante das vigas, o fator determinante foi à resistência.

5 Conclusão

Neste artigo têm-se à comparação de técnicas de otimização com um programa comercial de dimensionamento. Foi desenvolvido um programa de dimensionamento ótimo e os resultados foram comparados. O programa desenvolvido obteve os valores esperados em comparação com o programa comercial, comprovando a validade do programa desenvolvido.

Ainda foi possível mostrar que o algoritmo genético converge para o resultado com uma média

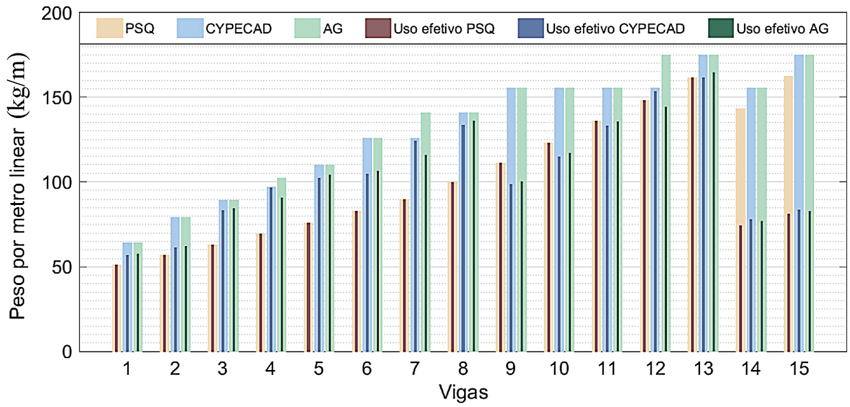

Gráfico 1 *– Comparação gráfica da resistência efetiva.*

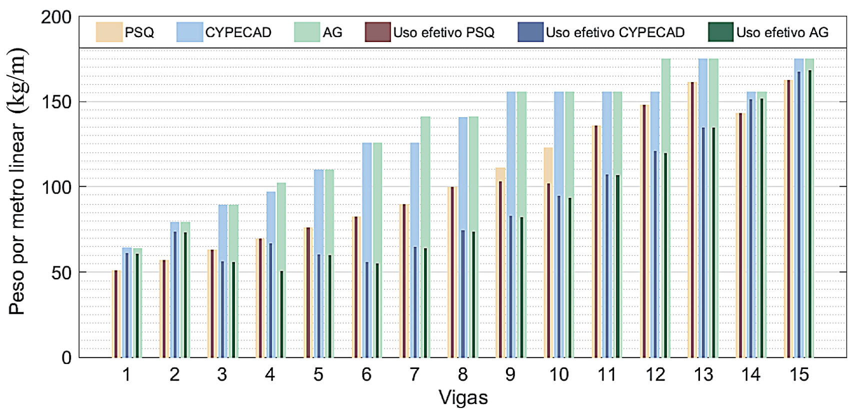

Gráfico 2 *– Comparação da deformação efetiva.*

de sete a 10 gerações. A programação quadrática sequencial converge com uma média de 16 iterações, porém, como a otimização é de variável contínua, o qual apresenta um peso menor, é de difícil aplicação ao mercado comercial, já que os perfis não atendem aos padrões de catálogos.

Comparando os resultados da aplicação em 15 vigas distintas, foi possível observar que no geral, o programa desenvolvido é cerca de 1,91 % mais conservador para vigas sem contenção lateral contínua no quesito resistências, em quanto que para vigas com contenção lateral, o programa se mostrou menos conservador do que o programa comercial em cerca de 1,00 %, para o mesmo quesito. Para a deformação, o programa desenvolvido se mostrou menos conservador para os dois casos de viga, sendo 0,79 % para vigas sem contenção lateral contínua e 0,33 % para as vigas com a contenção lateral contínua. Conclui-se que o programa aproxima-se dos resultados do programa comercial, justificando a sua validade.

Com o programa desenvolvido será possível criar módulos mais específicos para o dimensionamento, como flexão obliqua e solicitações combinados. Dessa forma, será possível atender as mais variadas situações de projeto. Ainda prevê a adequação do programa a mais catálogos de perfis comerciais, a fim de se buscar o dimensionamento ótimo as mais variadas situações, sendo possível atingir reduções no consumo de aço e consequentemente no custo da obra.

Abstract

The optimum design offer the ideal, seeking the lowest cost with reliability and quality in the results. As such, the combination of optimization techniques together with the process of design makes it a valuable instrument. This research has the objective to present the formulation of optimization problem for steel structures with I sections, based on the NBR 8800:2008, which uses ANSI/AISC 360:2005 as reference. The implementation of techniques as Genetic Algorithm and Sequential Quadratic Programing were developed based in the geometric, resistance.

maximum displacement and specific usage restrictions. This would allow our results to be compared the results of the commercial program CYPECAD 2015. The program developed was created using the *software* Matlab 2016a GUDE, along with an interface that provides the user with an easier manipulation. It was obtain comparing results between the techniques with the commercial program for 15 beans. It is possible to verify the validation of the developed program, and create a detail study of the behavior of each technique with reference to the effective resistance of the sections optimized.

Keywords: Optimization, Design, Steel Structures, Graphic Interface

7 Referências

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. *ANSI/AISC 360-05*: **Specification for Structural Steel Buildings.** Chicago, Illinois, 2005.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8681*: **Ações e seguranças nas estruturas – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2003

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8800*: **Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas mistas de aço e concreto de edifícios.** Rio de Janeiro, 2008.

ALVES, E. C., VAZ, L. E, **Optimum design of plates structures under random loadings**, Revista da Escola de Minas, Ouro Preto, vol. 66, p. 41-47, 2013.

ALVES, E. C., **Análise de Sensibilidade e Otimização de Estruturas Submetidas a Vibrações Aleatórias**, Tese de Doutorado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos – SP, Brasil, 2002.

CYPECAD. ***Software* para Engenharia e Construção** – Versão 2015. p. CYPE Ingenieros, S.A. 2015.

GERDAU. **Perfis Estruturais Gerdau – Tabela de Bitolas**, acessado em 16/08/16 <https://www.gerdau.com/br/pt/produtos/catalogos-e-manuais#k=#s=41>

GUANABARA, M. K., **Dimensionamento de Estruturas Metálicas: Rotina Computacional para Seleção de perfis metálicos.** Porto Alegre, dezembro de 2010.

LUBKE, G. P. ALVES, E. C.; AZEVEDO, M. S. **Dimensionamento Otimizado de Vigas Celulares de Aço.** In: XXXVII Iberto Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2016, Brasília – DF. In: XXXVII Iberto Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2016.

MATLAB. **Optimization toolbox user's guide.** Natick: Mathworks, 2016.

NOVELLI, L.; ALVES, E. C.; GOMES FILHO, H.; GAROZI, M. J. P.; AZEVEDO, M. S. **Ferramenta Computacional para o Dimensionamento de Estruturas Tubulares Treliçadas.** In: XXXVI Iberto Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2015, Rio de Janeiro. XXXVI Iberto Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2015.

NOVELLI, L.; ALVES, E. C.; SIAS, F. M.; AZEVEDO, M. S; GOMES FILHO, H.; GAROZI, M. J. P. **Dimensionamento Ótimo de Estruturas Tubulares Espaciais Segundo a NBR 8800.** In: XXXVI Ibero-Latin American Congress on Computaional Methods in Engineering, 2015, Rio de Janiero. XXXVI Ibero-Latin American Congress on Computaional Methods in Engineering, 2015.

PFEIL, W., PFEIL, M. **Estruturas de Aço – Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800: 2008.** – 8ª ed. – Rio de Janeiro, 2015.

TELES, M. L.; GOMES, H. M. **Comparação de algoritmos genéticos e programação quadrática sequencial para otimização de problemas em engenharia.** Rev. Teoria e prática na Engenharia Civil. Rio Grande, n. 15, p. 29-39, 2010.