

# Análise Comparativa Entre Esforços Solicitantes Atuantes em Tabuleiros de Pontes Obtidos Através das Tabelas de Rüsç e Elementos Finitos

*Pedro Henrique Lucas Pereira Reis<sup>1</sup>*

*Pedro Magalhães Rocha<sup>2</sup>*

*Rafael Mundim Dias Pequeno<sup>3</sup>*

*Marcos Roberto Gonçalves Amorim<sup>4</sup>*

*Sebastião Salvador Real Pereira<sup>5</sup>*

## Resumo

Este trabalho consiste na comparação dos esforços solicitantes atuantes em lajes de dois tabuleiros de pontes, determinados utilizando as tabelas de Rüsç e de modelagem realizada através de software de elementos finitos. Os resultados fornecidos pelo software apresentaram momentos positivos maiores, porém momentos negativos menores do que os obtidos utilizando as tabelas de Rüsç. Esses resultados podem ser explicados pelo fato das tabelas terem sido elaboradas considerando as lajes perfeitamente engastadas nas longarinas, enquanto que o software considera a rigidez dos apoios de forma mais realista. O tabuleiro da ponte A é formado por longarinas e laje que as interligam, formando uma seção aberta. O tabuleiro da ponte B é em seção caixão. A laje do tabuleiro B apresentou menor diferença no valor do momento transversal positivo, pelo fato de se tratar de uma seção caixão, que permite um melhor engastamento da laje às paredes laterais do que aquela conferida pelas longarinas do tabuleiro A. Os resultados obtidos pelo software para a laje do tabuleiro da Ponte B se aproximaram mais dos obtidos através das tabelas de Rüsç do que os resultados da Ponte A. Os resultados obtidos pelo software tendem a ser mais realistas do que os obtidos utilizando as tabelas de Rüsç, pois aquele considera a interação entre os elementos estruturais da ponte. Os diagramas de momento fletor calculados pelo software permitem distribuir melhor as armaduras, de acordo com o diagrama de momentos fletores ao longo do comprimento da ponte, ao contrário de Rüsç, que somente fornece os valores extremos do momento fletor (máximo e mínimo).

**Palavras-chave:** Tabelas de Rüsç; Elementos finitos; Pontes.

## Introdução

No campo da Engenharia de Estruturas os softwares para análise estrutural vêm ganhando notoriedade e estão sendo cada vez mais utilizados em detrimento dos cálculos feitos manualmente. Entretanto, os resultados obtidos por esses programas não devem ser tratados como verdade absoluta, de modo que os engenheiros devem ter sempre senso crítico para ter a comprovação de que os dados de saída estão realmente corretos. E, por isso, é de suma importância que os calculistas não saibam apenas operar os *softwares*, mas, também, executar os cálculos à mão para poder ter uma base de comparação de resultados.

Para lajes de pontes e viadutos, o cálculo das solicitações é realizado utilizando a teoria elástica das lajes (PFEIL, 1979). Analogamente às lajes residenciais que utilizam as tabelas de Kalmanok para a obtenção dos esforços solicitantes, para lajes de tabuleiros de pontes são utilizadas as tabelas do alemão Hubert Rüsç (1965). Essas tabelas fornecem as solicitações em lajes retangulares com borda simplesmente apoiadas, livres ou engastadas, para os carregamentos estipulados nas normas alemãs de pontes rodoviárias. As normas brasileiras de cargas rodoviárias (antiga NB6/82 e atual NBR 7188:2013) adotam o mesmo Trem Tipo das normas alemãs, de modo que as tabelas de Rüsç (1965) também podem ser utilizadas por nós (PFEIL,

<sup>1,2,3,4</sup> Universidade Federal de Minas Gerais/Curso de Engenharia Civil /pedrohlpreis@gmail.com/pedromrocha@ufmg.br/rafaelmdp@ufmg.br/marcosrga@ufmg.br

<sup>5</sup> Universidade Federal de Minas Gerais/Departamento de Engenharia de Estruturas /ssrp@dees.ufmg.br

1983). A análise por meio do Método dos Elementos Finitos é feita com o auxílio de softwares. Neste trabalho será utilizado o CsiBridge (2017), software especializado para modelagem e análise de estruturas de pontes e viadutos.

## Objetivo

O objetivo deste trabalho é comparar os esforços solicitantes atuantes em lajes de tabuleiros de pontes obtidos através das tabelas de Rüsç (1965), e da modelagem utilizando o software de elementos finitos CsiBridge (2017).

## Sistemas estruturais de pontes

O sistema estrutural de uma ponte definirá a distribuição das cargas atuantes sobre o tabuleiro e influenciará nos cálculos da estrutura (O'CONNOR, 1976), sendo que o sistema estrutural está relacionado com a seção transversal da ponte (DEBS; TAKEYA, 2007).

As pontes em viga apoiadas em aparelhos de apoio se caracterizam por apresentarem vinculações que não transmitem momentos fletores da superestrutura para a infraestrutura. A ligação entre os dois componentes é similar a uma rótula e usualmente é feita por meio de aparelhos de apoio de neoprene, um elastômero à base de policloropreno, que pode ter camadas intercaladas de chapas de aço, apresentando módulos de deformação transversal e longitudinal muito baixos, resistência à compressão elevada e grande resistência a intempéries (DEBS; TAKEYA, 2007). Devido à grande deformabilidade transversal e longitudinal, os aparelhos de elastômero podem acomodar movimentos de translação em qualquer direção e movimentos rotacionais em torno de qualquer eixo por deformação elástica, de maneira a transmitir de um componente estrutural para outro as forças de projeto e acomodar os deslocamentos em serviço, obtendo-se articulações elásticas entre a superestrutura e a infraestrutura.

As pontes em viga podem ser simplesmente apoiadas sem balanço, com balanço ou contínuas. No primeiro caso, a estrutura pode ser formada por um tramo único ou por uma sucessão de tramos (que é usualmente empregada nas pontes em que se utiliza o processo construtivo com vigas pré-moldadas). Segundo DEBS e TAKEYA (2007), as vigas simplesmente apoiadas sem balanços constituem um tipo estrutural relativamente pobre, uma vez que imposto um determinado vão, existem poucas possibilidades de melhorar a distribuição dos esforços. Em razão disso, os vãos empregados com esse tipo estrutural dificilmente ultrapassam os 50 metros.

No caso de vigas simplesmente apoiadas com balanço, há uma melhor distribuição dos esforços solicitantes na estrutura, uma vez que se introduzem momentos negativos nos apoios, acarretando uma diminuição dos momentos positivos no meio do vão.

Para o uso de vigas contínuas, uma melhor distribuição das solicitações é alcançada através do emprego de vãos com tamanhos diferentes e também adotando momentos de inércia variáveis ao longo dos vãos, aumentando a altura ou alargando as vigas. Um aspecto relevante em pontes de vigas contínuas é o comprimento longitudinal, uma vez que os efeitos da temperatura precisam ser analisados mais cuidadosamente. Além disso, deve-se também evitar situações em que estão previstos deslocamentos de apoio significativos, pois recalques diferenciais irão introduzir esforços adicionais na estrutura.

## Seções transversais dos tabuleiros

A seção transversal de uma ponte está relacionada ao sistema estrutural da mesma e influencia consequentemente o seu dimensionamento. De acordo com DEBS e TAKEYA (2007), a escolha da seção transversal é norteadada pelos seguintes fatores:

- Vão a ser vencido;
- Altura de construção disponível ou índice de esbeltez desejado;
- Processo de construção, meios disponíveis, equipamentos e outros fatores circunstanciais;
- Economia da construção – estruturas mais esbeltas exigem maior consumo de aço do que as menos esbeltas.

Para pontes em viga, as seções mais utilizadas são a viga T e a celular (também chamada de caixa). Na seção transversal T as vigas do tabuleiro são solidárias à laje contínua, que é subdividida em áreas que atuam como mesas superiores das vigas (O'CONNOR 1976). Esse tipo de seção é mais indicado para resistir a momentos positivos, pois nesse caso a zona comprimida, formada pela mesa superior, será bastante grande.

Usualmente são empregados diafragmas transversais que possuem como principal objetivo travar as longarinas, as chamadas transversinas. As transversinas podem ser monolíticas com a laje ou desligadas da laje, o que evita o aparecimento de tensões de tração longitudinais na parte superior do tabuleiro (DEBS; TAKEYA, 2007).

A seção caixa é formada por um contorno multiconexo, correspondendo a uma superfície exterior e, no mínimo, uma interior (O'CONNOR 1976). Esse

contorno é feito associando-se uma laje inferior nas vigas T, que melhora a distribuição transversal dos esforços e faz com que a seção tenha um comportamento semelhante a uma seção I.

Uma viga em caixão possui grande resistência e rigidez à torção, comparada com um elemento equivalente de seção transversal aberta, motivo pelo qual é muito utilizada para estruturas curvas em planta. Outra vantagem dessa seção é que a mesa superior é utilizada como a própria laje do tabuleiro. Nesse caso, é necessário avaliar no projeto não apenas a transmissão longitudinal das cargas, mas também a transmissão das cargas do tabuleiro, através dele, às paredes da viga.

## Emprego das tabelas de Rüsç (1965)

Embora as lajes de pontes possuam armações diferentes nas duas direções ortogonais, considera-se, para efeito de cálculo de solicitações, que a rigidez seja igual nas duas direções sendo, portanto, uma laje isotrópica (PFEIL, 1983). As solicitações de lajes isotrópicas são calculadas através da teoria elástica das lajes com o auxílio de tabelas que fornecem os dados de rigidez necessários para o cálculo dos principais valores de momentos fletores. Dentre as tabelas de solicitações de lajes isotrópicas de pontes, as mais conhecidas são as de Hubert Rüsç (1965).

De acordo com a NBR-7188 (2013), o trem tipo utilizado para pontes rodoviárias é o TB-45, que é constituído de um veículo tipo com peso total de 450 kN, com três eixos espaçados de 1,5 metros, com duas rodas por eixo, e carga por roda de 75 kN. Esse trem tipo ocupa em planta uma área retangular de 3x6 metros e é circundado por uma carga uniformemente distribuída de 5 kN/m<sup>2</sup>.

Para utilizar as tabelas de Rüsç (1965), deve-se inicialmente definir os vínculos da laje em estudo para determinar qual tabela será adotada. Os tipos de vínculo são: borda livre, apoiada ou engastada. Uma vez determinados os vínculos, calcula-se a relação  $L_y/L_x$  entre os vãos da laje nas direções  $y$  e  $x$ , respectivamente. Então, procura-se no índice das tabelas qual dentre elas será utilizada.

Escolhida a tabela mais adequada para representar a laje, definem-se as seguintes relações  $L_x/a$  e  $t/a$ , onde  $a$  é a distância entre os centros das rodas de cada eixo do veículo e  $t$  é o lado do quadrado de área igual ao do retângulo de contato da roda espreado a 45° até a superfície média da laje acrescido da altura da laje ( $h_{laje}$ ) e de duas vezes a espessura da pavimentação ( $h_{cap}$ ).

A partir das relações  $L_x/a$  e  $t/a$  obtêm-se da tabela os coeficientes para cálculo dos momentos, através de

interpolação linear. Os momentos fletores provenientes das cargas permanentes e móvel são calculados através das seguintes equações, respectivamente:

$$M_g = k * g * Lx^2 \quad (1)$$

$$M_q = \phi * (P * M_L + p * M_p) \quad (2)$$

onde,

$k$ ,  $M_L$  e  $M_p$ , e = coeficientes das tabelas de Rüsç (1965);  
 $g$  = carga permanente atuante uniformemente distribuída;

$P$  = peso de uma roda do veículo;

$p$  = carga de multidão equivalente a 5 kN/m<sup>2</sup>;

Esses coeficientes são tabelados de acordo com o tipo de vinculação da laje. O coeficiente de impacto  $\phi$  é em decorrência do efeito dinâmico das cargas móveis e depende do vão, do número de faixas de rolamento e da posição do elemento estrutural em relação às juntas do tabuleiro (NBR 7188, 2013).

## Cálculo dos esforços nas lajes

Para comparação dos resultados obtidos utilizando o CSiBridge (2017) e as tabelas de Rüsç (1965) será considerado um tabuleiro de ponte composto por vigas T e um de seção caixão, denominadas Ponte A e Ponte B, respectivamente.

O tabuleiro da Ponte A possui seção transversal, conforme mostrado na Fig. 1, e comprimento de 42 m, composto de um vão central de 30 m e dois balanços de 6 m.

O tabuleiro da Ponte B possui seção transversal conforme mostrado na Fig. 2 e possui comprimento de 40 m, compostos de um vão central de 30 m e dois balanços de 5 m.

Para o cálculo utilizando as tabelas de Rüsç (1965), os coeficientes para cálculo dos esforços foram obtidos das Tabelas 27 e 98. As pontes foram modeladas utilizando o software CSiBridge.

Foram determinados os esforços provenientes das cargas permanentes, constituídas do peso próprio da estrutura, da pavimentação da via, do recapeamento e do peso do guarda-rodas, e da carga móvel, constituída pelo veículo e carga de multidão do TB-45, e a combinação dos esforços provenientes desses dois tipos carregamentos. Os resultados obtidos encontram-se nas Figs. 3 a 6.

A tabela 1 contém os valores máximos e mínimos dos momentos fletores obtidos para as pontes A e B, bem como as diferenças percentuais encontradas entre os momentos determinados através dos dois métodos de cálculo.

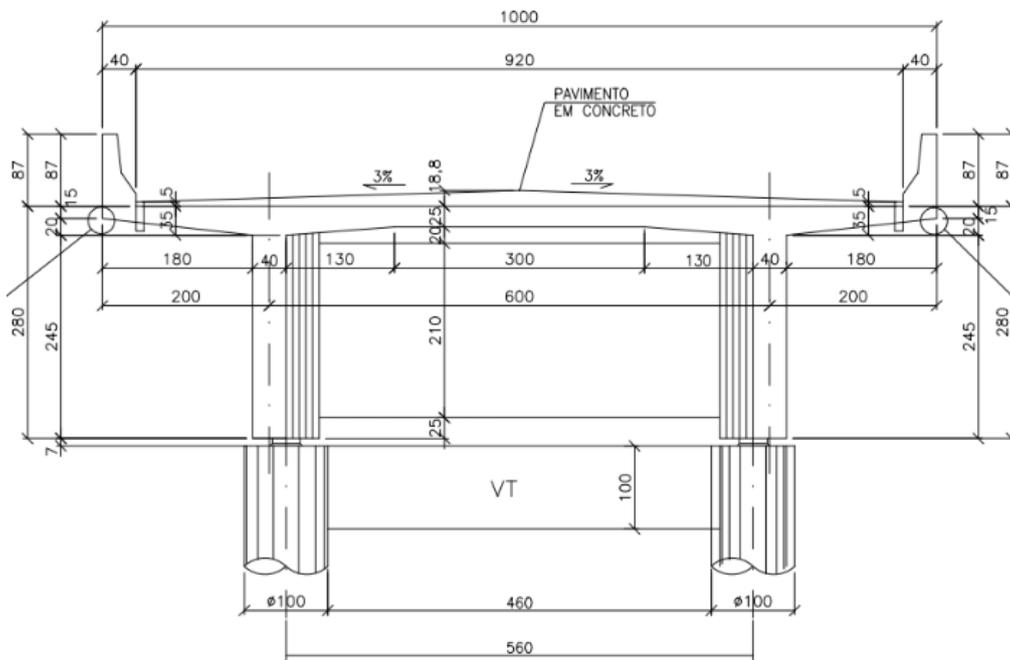


Figura 1 – Seção transversal do tabuleiro da Ponte A.

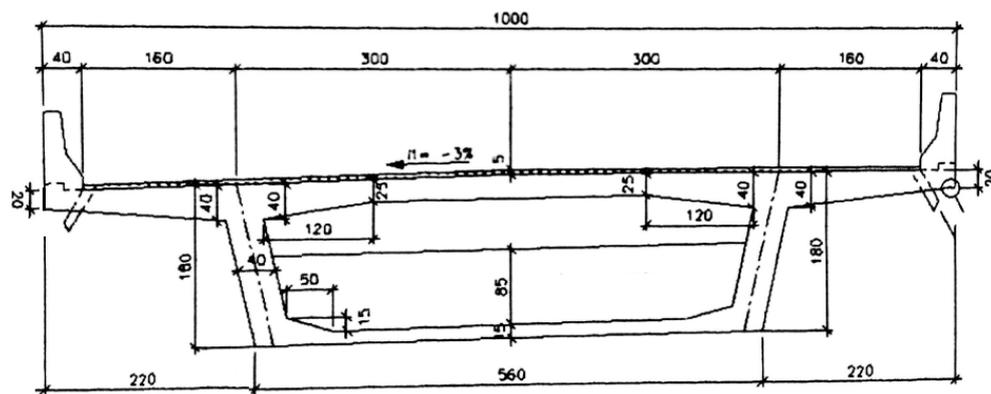


Figura 2 – Seção transversal do tabuleiro da Ponte B.

### Ponte A

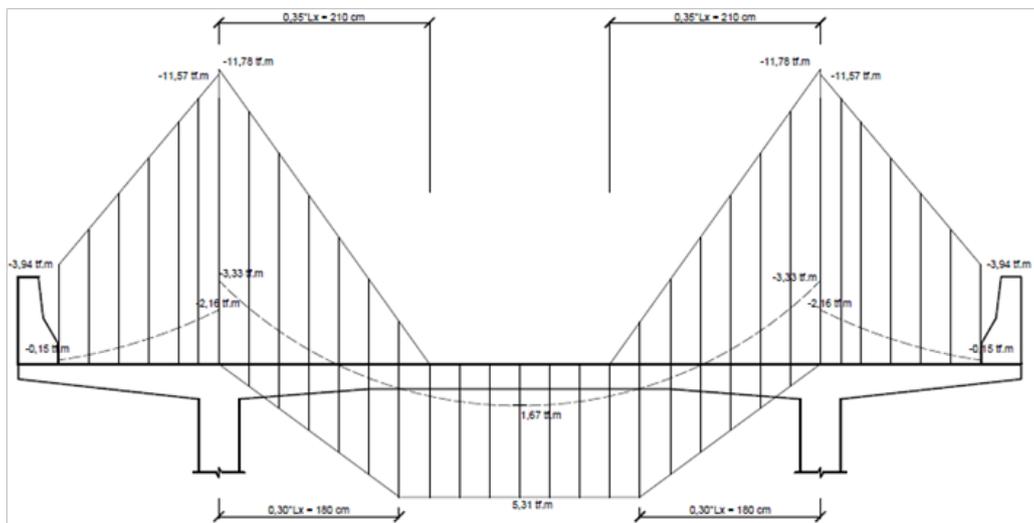


Figura 3 – Momentos fletores devido a carga permanente e carga total obtidos através das tabelas de Rüsch (1965).

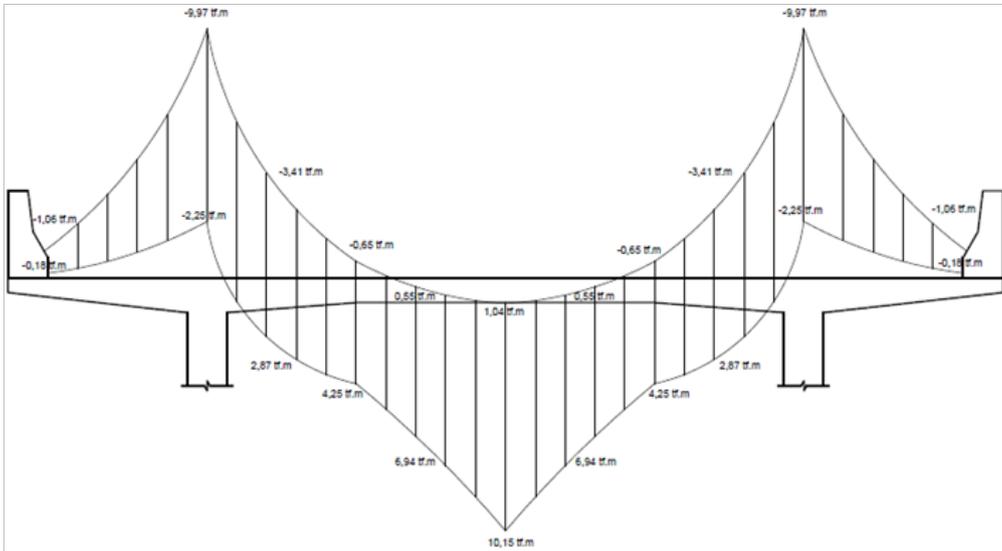


Figura 4 – Momentos fletores devido a carga permanente e carga total obtidos pelo CSiBridge (2017).

### Ponte B

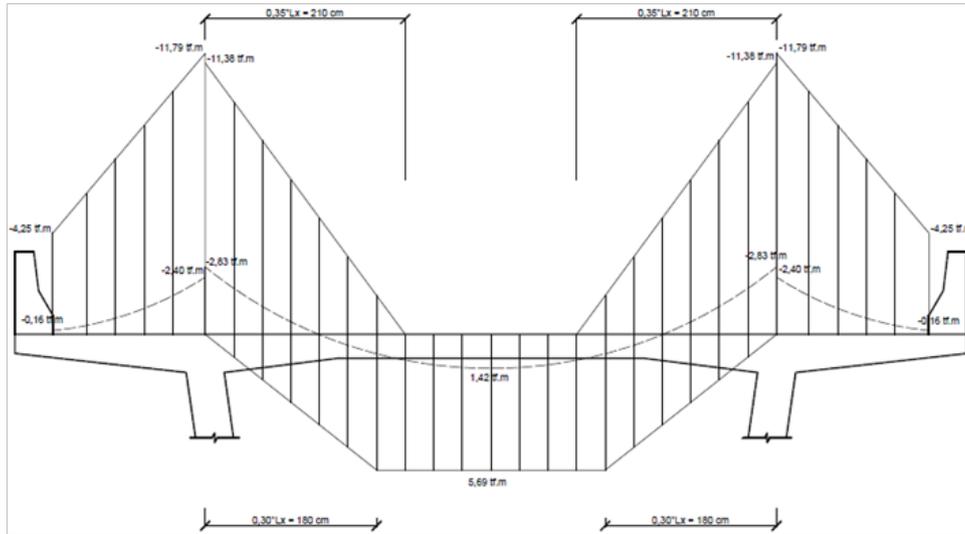


Figura 5 – Momentos fletores devido a carga permanente e carga total obtidos através das tabelas de Rüsç (1965).

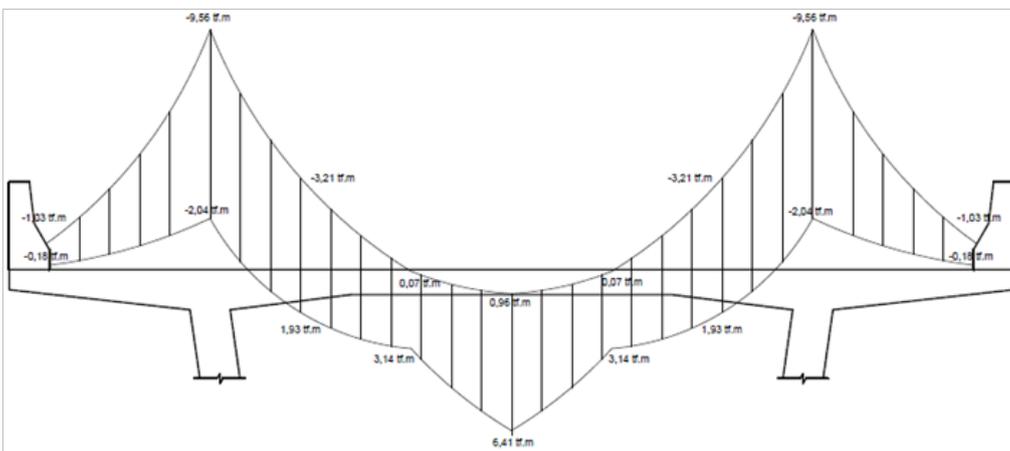


Figura 6 – Momentos fletores devido a carga permanente e carga total obtidos pelo CSiBridge (2017).

## Conclusões

A partir da análise da tabela 1, pode-se constatar para os casos analisados que o CSiBridge (2017) apresentou momentos positivos maiores e momentos negativos menores do que os obtidos utilizando as tabelas de Rüsçh (1965). Esse resultado pode ser explicado pelo fato do método de Rüsçh (1965) considerar os apoios das lajes com rigidez infinita, enquanto o software considera a rigidez dos apoios das lajes de forma muito mais realista. Desse modo, a laje com apoios com rigidez infinita apresenta uma maior concentração de esforços em cima das longarinas, enquanto o CSiBridge (2017) apresenta uma conformação do diagrama de momento devido à menor rigidez, ocorrendo a diminuição dos momentos negativos e aumento dos positivos.

A Ponte B apresentou uma menor variação do momento positivo pelo fato de se tratar de uma seção caixão, o que confere às paredes laterais uma maior rigidez do que aquela conferida pelas longarinas da Ponte A. Desse modo, os resultados obtidos pelo software se aproximaram mais dos de Rüsçh (1965) do que os obtidos para a Ponte A, devido à maior rigidez à torção da seção caixão em comparação com a rigidez da seção aberta.

Os resultados fornecidos pelo *software* tendem a ser mais realistas do que aqueles obtidos através da utilização das tabelas de Rüsçh (1965), pois consideram a interação entre os diversos elementos da ponte. Os diagramas de momento fletor gerados pelo software permitem distribuir melhor as armaduras de flexão, uma vez que fornecem a variação dos momentos ao longo do comprimento da ponte, o que não acontece quando utilizamos as tabelas de Rüsçh (1965), que fornece apenas o valor dos momentos máximos.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à UFMG e à FAPEMIG pelo apoio financeiro e de infraestrutura para a realização do trabalho.

## Referências

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318 – Building Code Requirements for Structural Concrete. 2005.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7188: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.
- CSiBridge: Structural Bridge Design Software – Release 19, 2017.
- DEBS, M. K.; TAKEYA, T. Introdução às pontes de concreto. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, 2007.
- O’CONNOR, C. Pontes – Superestrutura. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1976. v. 1.
- O’CONNOR, C. Pontes – Superestrutura. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1976. v. 2.
- PFEIL, W. Pontes em concreto armado: elementos de projeto, solicitações e dimensionamento. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1979. 433 p.
- PFEIL, W. Pontes: curso básico: projeto, construção e manutenção. Rio de Janeiro: Ed. Campus Ltda, 1983. 280 p.
- RÜSCH, H. Tabelas de cálculo para lajes retangulares de pontes. Berlim, 1965.

**Tabela 1** – Comparação entre os resultados obtidos através das tabelas de Rüsçh (1965) e pelo CSiBridge (2017)

		PONTE A			PONTE B		
		RÜSCH	CSIBRIDGE	DIFERENÇA	RÜSCH	CSIBRIDGE	DIFERENÇA
Carga Permanente	$M_{\max}$ (tf.m)	1,67	2,20	24%	1,42	1,03	38%
	$M_{\min}$ (tf.m)	-3,33	-2,65	26%	-2,83	-2,48	14%
Carga Móvel	$M_{\max}$ (tf.m)	3,64	7,95	54%	4,27	5,38	21%
	$M_{\min}$ (tf.m)	-9,41	-7,31	29%	-9,39	-7,08	33%
Carga Total	$M_{\max}$ (tf.m)	5,31	10,15	48%	5,69	6,41	11%
	$M_{\min}$ (tf.m)	-11,78	-9,97	18%	-11,79	-9,56	23%