

# Banzos Comprimidos Com Apoios Laterais Elásticos

*Marcelo Leite de Melo Filho<sup>1</sup>  
Leonardo Patrício Chaves<sup>2</sup>*

## Resumo

A análise de um sistema estrutural comumente utilizado em passarelas metálicas treliçadas, denominado na literatura técnica por “ponytruss”, onde por limitação de altura os banzos comprimidos não possuem travamento horizontal (transversal ao plano onde ocorre flexão devido cargas verticais). Nesse caso, os elementos comprimidos são contidos lateralmente por suportes laterais elásticos intermitentes (na posição dos montantes).

Nesse caso a análise de flambagem é mais complexa e diversos métodos foram desenvolvidos para a avaliação da estabilidade e dimensionamento desses elementos.

O dimensionamento do banzo comprimido com suportes laterais elásticos intermitentes pode ser baseado na carga crítica a partir de um cálculo analítico; ou pode basear-se em uma análise rigorosa de segunda ordem do sistema estrutural a partir de modelagem computacional. Com o desenvolvimento de ferramentas computacionais complexas, essa análise a partir de modelos com avaliação de efeitos de segunda ordem pode ser feita de maneira prática no dia-a-dia de projeto.

Os métodos de dimensionamento requerem avaliação da rigidez fornecida pelo sistema de suporte do banzo comprimido. Essa rigidez é a base para avaliar a carga última do banzo e para isso é fundamental um detalhamento correto da ligação desses elementos.

Este artigo mostra, a partir do projeto real desenvolvido pela Casagrande Engenharia, uma análise comparativa entre o método de cálculo desenvolvido por Holt (1957) e o método computacional utilizando o programa SAP2000. Uma atenção especial é dada na ligação que dá rigidez aos suportes elásticos do banzo comprimido.

**Palavras-chave:** Estrutura metálica; treliça; passarela; flambagem; efeitos de 2ª ordem.

## Introdução

O uso de programas de computador se torna cada vez mais indispensável para engenheiros de estrutura analisar suas estruturas de forma rápida e segura. Com seu desenvolvimento, esses programas tendem a fazer análises mais complexas que antes só eram possíveis por métodos aproximados. Um exemplo disso é a análise de flambagem que, atualmente, é possível ser feita de maneira muito mais rápida e sem a necessidade das diversas simplificações que eram usadas por métodos analíticos. No entanto, muitas vezes é difícil compreender o processamento interno do programa e se faz necessário a comparação dos resultados com os métodos práticos de análise/dimensionamento que eram comumente usados antes do advento da informática na engenharia de estruturas.

Esse trabalho busca fazer a comparação dos resultados entre um método de cálculo desenvolvido por Holt (1957) e utilizando o programa SAP2000 para analisar a flambagem do banzo superior de uma

treliça de uma passarela desenvolvida pela Casagrande Engenharia.

O sistema estrutural da passarela é denominado na literatura técnica por “pony truss”. Pela limitação da altura dos banzos superiores esse sistema não tem travamento horizontal. Os elementos comprimidos são contidos lateralmente por suportes laterais elásticos intermitentes (na posição dos montantes). Sendo assim, a rigidez do quadro transversal, formado por transversina e montantes é essencial para conter a flambagem do banzo superior, conforme pode ser visto na Figura 1. Para garantir essa rigidez, é fundamental um correto detalhamento da ligação entre as transversinas e os montantes.

## Flambagem do banzo comprimido

A flambagem no banzo comprimido de uma treliça sem contenção lateral pode ser reduzido ao de uma coluna contida por molas elásticas espaçadas de

<sup>1</sup> Casagrande Engenharia / mlfilho@cagen.com.br

<sup>2</sup> Casagrande Engenharia / lpchaves@cagen.com.br

acordo com o espaçamento dos montantes. A rigidez dessas molas corresponde a rigidez transversal do conjunto (montante e transversinas).

A compressão axial do banzo e a sua rigidez podem variar a cada painel, a rigidez do quadro transversal também pode variar ao longo da treliça. Tudo isso complica muito a resolução do problema teórico de forma analítica. Além disso, devem ser considerados os fatores secundários:

1. a rigidez das diagonais da treliça;
2. as rigidezes à torção do banzo, montante e diagonais;
3. as imperfeições iniciais do banzo e a excentricidade da carga axial;

## Método de Holt

A solução de Holt para a carga de flambagem de uma treliça tipo “ponytruss” é baseada nas seguintes suposições:

1. as transversinas de todos os painéis tem a mesma rigidez;
2. o raio de giração de todo o banzo superior é a mesma;
3. o banzo superior é todo projetado para a mesma tensão admissível unitária, sendo assim, suas áreas e momentos de inércia são proporcionais à força de compressão;
4. a restrição entre o banzo e o último montante é rotulada;
5. a treliça é carregada com carga uniforme.

O resultado do estudo de Holt é apresentado na Tabela 1 e a seguir será descrito o procedimento de cálculo para determinação da carga última do banzo.

O método de Holt, onde aplicável, proporciona uma verificação rápida da estabilidade do banzo comprimido da treliça. O procedimento de verificação é o seguinte:

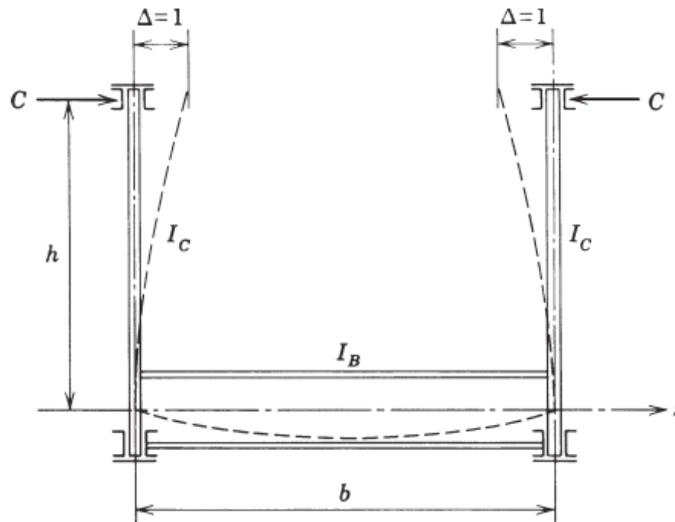


Figura 1 – Rigidez lateral dos travamentos.

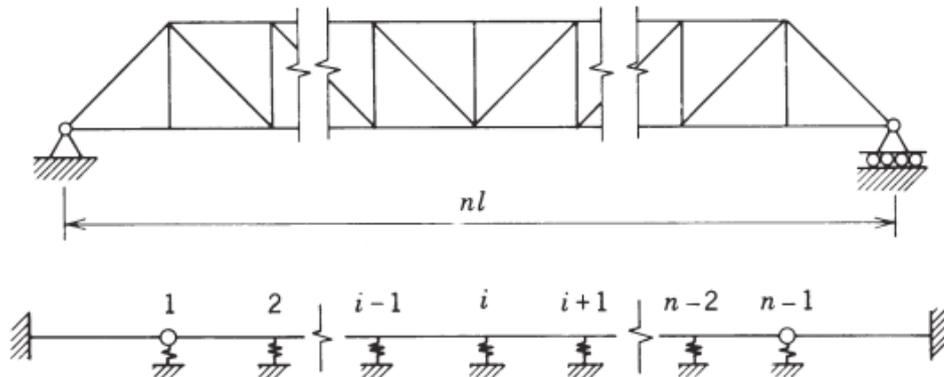


Figura 2 – Analogia entre banzo comprimido da treliça e molas elásticas.

1. dimensionamento da transversina, montantes e diagonais para sua carga de projeto;
2. cálculo da rigidez da mola C para a seção com menor rigidez transversal;
3. calcular o parâmetro  $C.I/N_{sd}^2$ , onde  $N_{sd}$  é a compressão máxima multiplicada pelos fatores de segurança;
4. a partir da Tabela 1 com o número de painéis  $n$ , determinar o valor correspondente de  $I/K$ ;
5. determinar o valor de  $Kl/r$  para determinar a carga última do banzo comprimido.

A rigidez C pode ser determinada a partir da modelagem do quadro e aplicação de força unitária ou a partir da expressão a seguir:

$$C = \frac{E}{h^2 \left[ \left( \frac{h}{3I_C} \right) + \left( \frac{b}{2I_B} \right) \right]} \quad (1)$$

O primeiro termo representa a contribuição

vertical, onde  $I_C$  é a inércia do montante e o segundo termo a contribuição da transversina  $I_B$  é a inércia da transversina. Os termos  $h$  e  $b$  representam a altura e largura da seção transversal da treliça, respectivamente.

### Análise pelo SAP2000

A análise da flambagem com o uso do programa é feita a partir do “*buckling factor*”. As cargas aplicadas são majoradas com os fatores normativos para ELU no caso de carga específico para análise de flambagem. Após o processamento, o programa fornece as deformadas dos diversos modos de flambagem. O fator e o comprimento crítico são obtidos no primeiro modo de flambagem.

A carga axial crítica no elemento do banzo superior é igual a carga atuante no elemento analisado, multiplicado pelo “*buckling factor*” ( $f$ ) encontrado na análise de flambagem.

Tabela 1 – Tabela de Holt.

	n						
I/K	4	6	8	10	12	14	16
1.000	3.686	3.616	3.660	3.714	3.754	3.785	3.809
0.980		3.284	2.944	2.806	2.787	2.771	2.774
0.960		3.000	2.665	2.542	2.456	2.454	2.479
0.950			2.595				
0.940		2.754		2.303	2.252	2.254	2.282
0.920		2.643		2.146	2.094	2.101	2.121
0.900	3.352	2.593	2.263	2.045	1.951	1.968	1.981
0.850		2.460	2.013	1.794	1.709	1.681	1.694
0.800	2.961	2.313	1.889	1.629	1.480	1.456	1.465
0.750		2.147	1.750	1.501	1.344	1.273	1.262
0.700	2.448	1.955	1.595	1.359	1.200	1.111	1.088
0.650		1.739	1.442	1.236	1.087	0.988	0.940
0.600	2.035	1.639	1.338	1.133	0.985	0.878	0.808
0.550		1.517	1.211	1.007	0.860	0.768	0.708
0.500	1.750	1.362	1.047	0.847	0.750	0.668	0.600
0.450		1.158	0.829	0.714	0.624	0.537	0.500
0.400	1.232	0.886	0.627	0.555	0.454	0.428	0.383
0.350		0.530	0.434	0.352	0.323	0.292	0.280
0.300	0.121	0.187	0.249	0.170	0.203	0.183	0.187
0.293	0						
0.259		0					
0.250			0.135	0.107	0.103	0.121	0.112
0.200			0.045	0.068	0.055	0.053	0.070
0.180			0				
0.150				0.017	0.031	0.029	0.025
0.139				0			
0.114					0		
0.100						0.003	0.010
0.097						0	
0.085							0
0							

$$N_{crit} = N_d f \quad (2)$$

A partir disso calcula-se o índice de esbelteza reduzido:

$$\lambda_0 = \frac{k.l}{r} \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 \cdot E}} = \sqrt{\frac{A_g \cdot f_y}{N_{crit}}} \quad (3)$$

Com o parâmetro adimensional  $x$ , obtido a partir da curva de flambagem adotada pela norma brasileira NRB8800 é possível calcular a força de compressão resistente.

## Estrutura analisada

A Casagrande Engenharia desenvolveu o projeto de 4 passarelas semelhantes sobre o Rio Bengalas, no município de Nova Friburgo-RJ. Os projetos fizeram parte de um pacote de obras feito para o controle de inundações do Rio Bengalas. A travessia foi projetada com uma solução em estrutura metálica do tipo “pony truss”.

A travessia é composta por duas vigas treliçadas em estrutura metálica com altura de 1,5 m com perfis laminados tipo “I” para vencer um vão de 26,8m. A travessia tem largura aproximada de 2,2 m com laje mista contínua em deque metálico (“steel deck”) apoiada longitudinalmente em vigas transversais, também em perfis laminados. A ligação entre os

montantes banzos e transversinas foi projetada com parafusos e enrijecedores. A estrutura é apoiada em placas de base chumbadas em blocos de coroamento. A condição de apoio, restringindo a movimentação horizontal da passarela, tem objetivo de impedir o deslocamento no caso de cheias acima do tempo de recorrência de 50 anos. Os blocos são em concreto armado que descarregam em estacas do tipo raiz de 310 mm de diâmetro.

As figuras a seguir ilustram o projeto.

Para análise e dimensionamento da estrutura, foi elaborado um modelo em elementos finitos no software SAP2000 com elementos de barra. Para a consideração dos efeitos de interação solo estrutura, as estacas foram modeladas e restringidas por apoios elásticos que simulam a resistência à movimentação lateral do solo. Além das análises tradicionais (lineares e não lineares) foram feitas as verificações específicas de estabilidade à flambagem para determinação da força resistente do banzo superior. As cargas consideradas nessa análise são o peso próprio da estrutura de aço e concreto além de uma sobrecarga distribuída de 5 kN/m<sup>2</sup>, as mesmas foram majoradas de acordo com os coeficientes preconizados na norma brasileira.

A análise apresentou, conforme esperado, que o primeiro modo de flambagem corresponde à flambagem lateral do banzo superior da treliça. A Figura 7 apresenta o primeiro modo de flambagem.

A partir da expressão (2), pode-se determinar o valor de K com a expressão teórica da carga crítica de Euler:

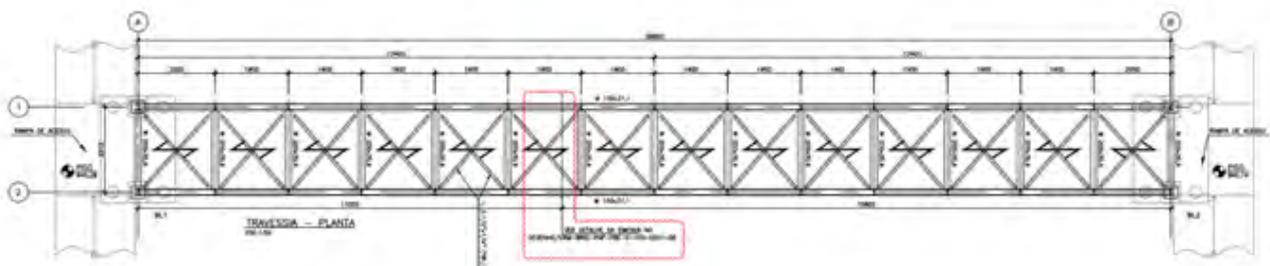


Figura 3 – Planta da passarela.

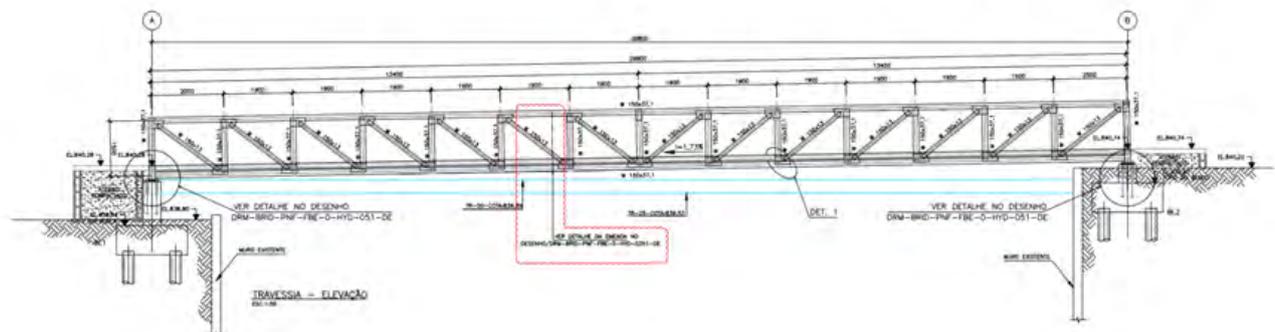


Figura 4 – Elevação lateral da passarela.

$$K = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{N_{sd} \cdot f}} \quad (4)$$

A análise comparativa entre os métodos foram feitos considerando os seguintes parâmetros de material, geométricos e propriedades de perfis:

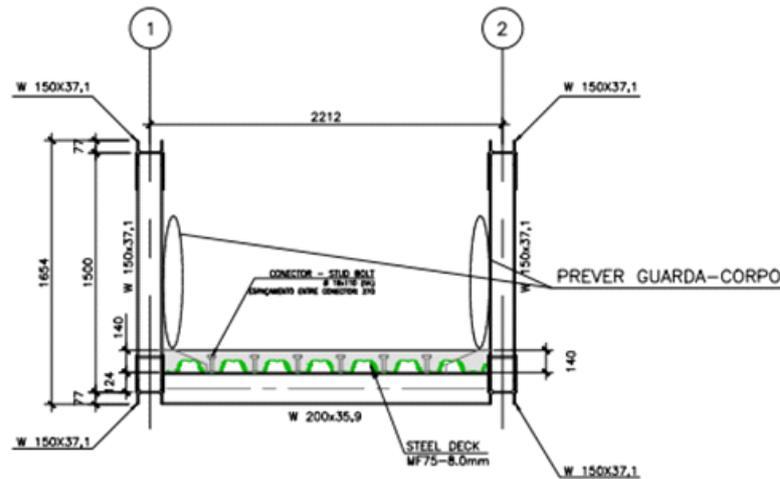
**Tabela 2** – Parâmetros de cálculo.

SAP 2000		Método de Holt	
Buckling factor	3,936	C.I/Nsd	2,73
K	1,655	K	1,023
$\lambda$	45,92	$\lambda$	23,37568
$\lambda_0$	0,612	x	0,378
x	0,855	x	0,942
$N_{rd}$ (kN)	1260	$N_{rd}$ (kN)	1388

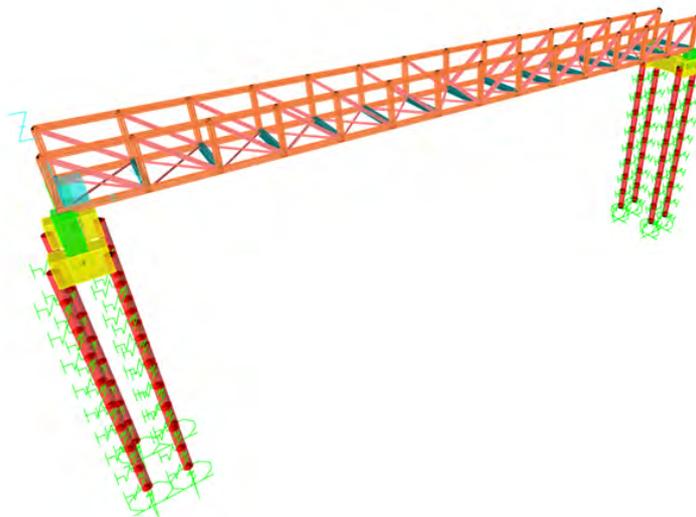
A rigidez foi calculada de acordo com a expressão (1) resultando em 1583 kN/m e a compressão máxima de cálculo no banzo é de 1100 kN.

Para o método de Holt, foi calculado o fator  $C.I/N_{sd}$  e a partir da Tabela 1 foi efetuada uma interpolação para determinar o valor de  $1/K$ , com isso calculado o índice de esbeltez e o parâmetro de redução de resistência. De forma análoga, pela análise de flambagem realizada no programa de elementos finitos, foi calculado K de acordo com a expressão (4).

Observa-se que o parâmetro de flambagem K assim como o índice de esbeltez apresentou uma diferença considerável quando comparados os dois métodos de cálculo. O comprimento de flambagem obtido no programa de elementos finitos é de 3,14 m enquanto para o método de Holt esse comprimento é de apenas 1,94 m.



**Figura 5** – Seção transversal da passarela.



**Figura 6** – Modelo tridimensional em elementos finitos no SAP2000.

No entanto, devido a curva de flambagem adotada para o cálculo, a diferença entre a solicitação resistente do banzo superior foi apenas de 10% entre os métodos, sendo a solicitação resistente encontrada no modelo de elementos finitos inferior à calculada pelo Método de Holt.

O método de elementos finitos mostra-se mais recomendado para análise, pois utiliza menos simplificações que um modelo analítico além de apresentar resultados mais a favor da segurança.

## Detalhamento da ligação

Para a restrição do banzo comprimido, é fundamental que a ligação entre montante, transversina e banzo inferior tenha rigidez suficiente para a limitação de deformação do banzo superior. A Figura 8 apresenta o detalhamento da ligação utilizada nesses elementos estruturais da passarela sobre o Rio Bengalas.

Segundo Engesser (1984), a rigidez requerida

para esses quadros deve ser maior que a dada pela expressão (5)

$$C_{req} = \frac{P_{crit} \cdot \pi^2}{4K^2 \cdot L} \quad (5)$$

O momento a ser resistido para dimensionamento da ligação foi considerado o valor mais desfavorável entre as normas americanas e europeias. A norma americana ASSTHO recomenda que seja aplicada uma carga distribuída de 4,5 kN/m no banzo superior para o cálculo do momento na ligação. Já normas europeias, indicam um percentual da força de compressão no banzo aplicado transversalmente no eixo do banzo superior (a norma alemã, por exemplo, recomenda 1% da força normal máximo no banzo).

## Conclusões

A análise de passarelas tipo “Ponytruss”, como a executada sobre o Rio Bengalas no estado do Rio de

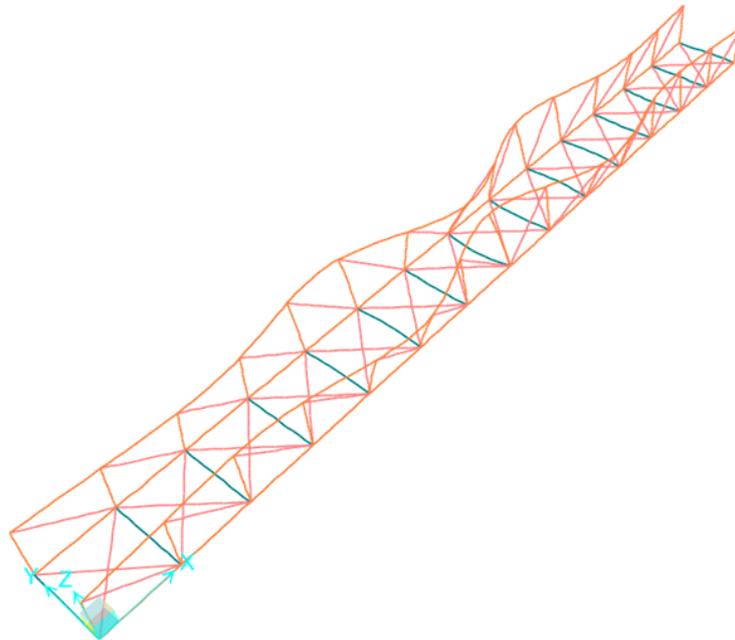


Figura 7 – Primeiro modo de flambagem – buckling factor  $f=3,936$ .

Tabela 3 – Análise comparativa entre métodos de cálculo.

Material			Propriedade perfis			Geometria passarela		
$f_y$	345000	kpa	$A_{banzo}$	0,004697	$m^2$	b	2,2	m
E	197000000	kPa	$r_{banzo}$	0,0685	m	h	1,5	m
			$L_{banzo}$	0,00002205	$m^4$	L	1,9	m
			$L_{montante}$	0,00002205	$m^4$	n	14	Paineis
			$L_{transversina}$	0,00003371	$m^4$			

Janeiro, necessitam de uma análise diferenciada para os banzos comprimidos por não contar com contenções laterais rígidas. O artigo comparou os resultados entre o método de cálculo desenvolvido por Holt (1957) e o método computacional utilizando o software de elementos finitos SAP2000.

O método de elementos finitos mostrou-se mais recomendado para avaliação da carga de ruptura, pois utiliza menos simplificações que um modelo analítico além de apresentar resultados mais a favor da segurança.

Outro importante fator no dimensionamento desse tipo de estrutura é o dimensionamento correto e com a rigidez necessária da ligação do quadro transversal (montante e transversina).

## Referências

- BLEICH, F. Buckling Strength of Metal Structures. McGraw-Hill, New York, 1952.
- CAMPOS, T. D. G., SILVA, A. C. P. Projeto estrutural da Passarela sob a Ponte Arnaldo Luz, X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, 2018.
- ENGESSER, F. Die Sicherung offener Brücken gegen Ausknicken. Zentralblatt der Bauverwaltung, 1984.
- HOLT, E. C., Buckling of a Pony Truss Bridge, in Stability of Bridge Chords Without Lateral Bracing, Column Research Council, Bethlehem, PA, 1952.
- SILVA, A. C. P., BARBOSA, O. M. H. Projeto estrutural e de fundações da Via elevada e estações do Maglev Cobra no Campus da UFRJ, X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, 2018.
- ZIEMIAN, R. D. Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 6<sup>th</sup> ed., John Wiley and Sons, 2010.

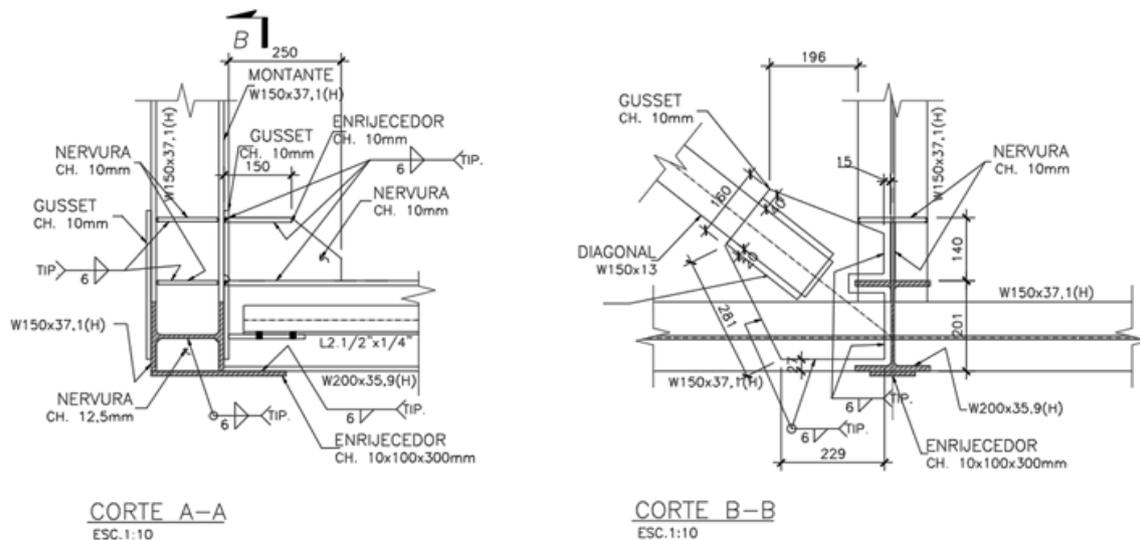


Figura 8 – Ligação entre transversina e montante.