

Cálculo e Verificação da Armadura Longitudinal de Vigas Pré-tracionadas Com Seção Composta e Considerando as Perdas Progressivas de Protensão

Thiago Bindilatti Inforsato¹

Roberto Chust Carvalho²

Marcelo de Araujo Ferreira³

Resumo

Este trabalho apresenta um roteiro atualizado para determinar a armadura longitudinal de vigas pré-tracionadas, com seção composta de maneira que atenda a todas as prescrições normativas das NBR6118:2014 e 9062:2017. Apresentam-se como podem ser feitas as verificações do estado limite último, assim como as em serviço de fissuração. As perdas de protensão são consideradas levando-se em conta a idade dos concretos constituintes da seção na época em que cada etapa é executada. Na consideração das perdas, usa-se o procedimento de perdas progressivas. As hipóteses adotadas para o cálculo como seção composta, ou seja, com a consideração da capa funcionando com a laje são discutidas. Apresenta-se finalmente um roteiro de cálculo detalhado que permite ao projetista perceber logo a melhor solução, inclusive da necessidade do uso de protensão junto à borda superior. É resolvido um exemplo típico mostrando como o procedimento pode ser aplicado. Por fim, alguns comentários dos resultados e das outras possibilidades de situações que podem apresentar este tipo de vigas são feitos, destacando-se a grande influência do valor da perda de protensão na determinação da armadura longitudinal.

Palavras-chave: Cálculo de armadura; vigas pré-tracionadas; seção composta; concreto protendido; perda de protensão.

Introdução

A pré-fabricação de vigas em concreto protendido com aderência inicial, requer que o projetista use conhecimentos específicos da sistemática de protensão, e efetue o dimensionamento e as verificações em serviço com as ferramentas precisas para ter informações e obter um projeto eficaz.

Objetivo

Apresenta neste trabalho um roteiro de cálculo para a determinação da armadura longitudinal, considerando as perdas progressivas. A teoria envolvida está aplicada simultaneamente com o exemplo de aplicação.

Roteiro de cálculo

É proposto um roteiro para o dimensionamento

de viga protendida como a aderência inicial, as sequências das etapas são definidas abaixo. As tabelas citadas encontram-se na NBR 6118:2014. Considera-se tensão normal de tração com o sinal negativo.

- 1º Definição da classificação do ambiente em relação a sua agressividade de acordo com a Tabela 6.1 – Classes de agressividade ambiental.
- 2º Define-se o tipo da protensão e as verificações pertinentes de fissuração por meio da definição da condição de agressividade do ambiente. Desta forma em função da CAA (condição de agressividade do ambiente) por meio da tabela 13.3 – Exigências de durabilidade relacionadas a fissuração e a proteção da armadura da NBR6118:2014 define-se o tipo de protensão e as verificações a serem feitas.
- 3º Os coeficientes ψ_1 e ψ_2 são obtidos por meio da Tabela 11.2 – Valores do coeficiente γ_{f2} classificados de acordo com a ocupação do edifício.
- 4º Detalham-se os carregamentos atuantes

¹ UFSCar / Departamento de Engenharia Civil / thiago@pretec.com.br

² UFSCar / Departamento de Engenharia Civil / robertochustcarvalho@gmail.com

³ UFSCar / Departamento de Engenharia Civil / marcelof@ufscar.br

- no elemento e as suas datas respectivas de carregamento.
- 5° Estima-se uma perda de protensão, e determina-se a armadura no tempo infinito através da verificação da fissuração para a borda inferior.
 - 6° Verifica-se em vazio com a armadura encontrada no item 5° se a tensão na fibra superior está dentro do limite. Caso o limite seja ultrapassado é possível a colocação de cordoalhas na fibra superior, limitando a tensão de tração na mesma.
 - 7° Com esta armadura encontrada através da estimativa inicial, detalham-se os cabos na seção e calculam-se as perdas deferidas considerando as datas dos carregamentos determinadas no item 4.
 - 8° Com a tensão final correta no cabo de protensão (tensão calculada considerando as perdas), verifica-se novamente a condição de fissuração no tempo infinito.

- 9° Verifica-se a armadura dimensionada em serviço é suficiente para atender a condição do ELU. Caso não seja pode-se completar com armadura frouxa.
- 10° Com a armadura definida para o tempo infinito, verifica-se a peça em vazio (verificação de ruptura simplificada).
- 11° Verifica-se a deformação excessiva com o cálculo estimado das flechas.

Exemplo de aplicação

Calcular a viga VR01 de uma escola típica (Figura 1), considerando CAA II (protensão limitada).
 Materiais: armadura ativa, cordoalha de ϕ 12,7mm ($A_p = 0,987 \text{ cm}^2$) CP 190RB; $\sigma_{pi} = 1453 \text{ MPa}$; armadura frouxa CA-50; concreto pré-moldado $f_{c,j,k} = 25 \text{ MPa}$ e $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$; concreto moldado no local (capa) $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$. Carregamentos: g_1 – peso próprio 25 kN/m^3 ; g_2 – laje alveolar: $2,25 \text{ kN/m}^2$ ($h = 15 \text{ cm}$);

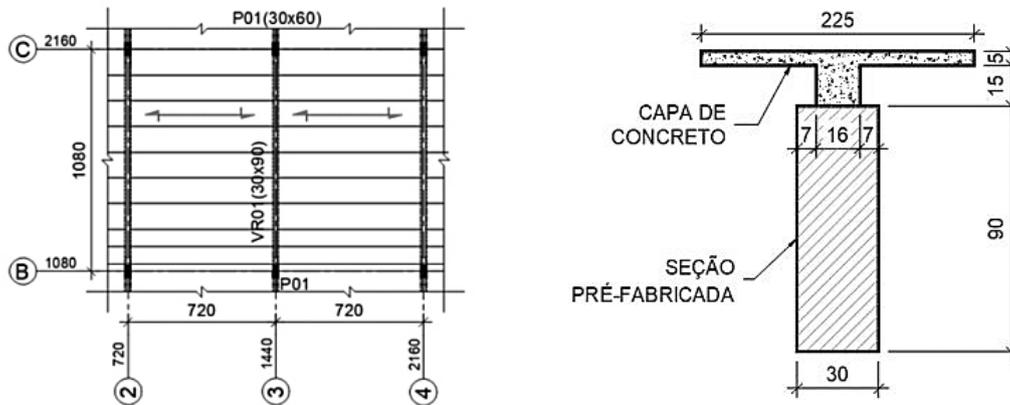


Figura 1 – Planta do pavimento e a seção da viga VR01.

Tabela 1 – Sequência de intervalos entre as etapas, ações atuantes e seções consideradas

| Fase | Tempo | Ação | Seção |
|------|--------------------------------|---------------------------|---------|
| 1 | $t_0 = 0$; $t = 24$ horas | p | Seção 1 |
| 2 | $t_0 = 1$; $t = \infty$ dias | $p+g_1$ | Seção 1 |
| 3 | $t_0 = 15$; $t = \infty$ dias | $p+g_1+g_2$ | Seção 1 |
| 4 | $t_0 = 30$; $t = \infty$ dias | $p+g_1+g_2+g_3$ | Seção 2 |
| 5 | $t_0 = 45$; $t = \infty$ dias | $p+g_1+g_2+g_3+g_4$ | Seção 2 |
| 6 | $t_0 = 60$; $t = \infty$ dias | $p+g_1+g_2+g_3+g_4+g_5$ | Seção 2 |
| 7 | $t_0 = 75$; $t = \infty$ dias | $p+g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+q$ | Seção 2 |

g_3 – capa: 25 kN/m³ (h = 5 cm); g_4 – alvenaria: 18 kN/m³ (h = 2,20 m e largura de 15 cm); g_5 – revestimento: 0,80 kN/m²; q – acidental: 3,00 kN/m².

A Figura 1 mostra as duas seções transversais da viga VR01. A primeira é constituída apenas do elemento pré-moldado e a segunda é uma seção composta devido à aplicação da capa de concreto. Para a resolução será utilizada a sequência dos intervalos entre as fases de carregamentos descritas na Tabela 1.

Carregamentos

Para determinar as ações que atuam na viga VR01 considera-se o vão efetivo (centro de giro), $l_{ef} = 9,75$ m.

Os momentos atuantes no meio do vão são: $Mg_1 = 80,21$ kN.m; $Mg_2 = 192,50$ kN.m; $Mg_3 = 106,95$ kN.m; $Mg_4 = 70,58$ kN.m; $Mg_5 = 68,45$ kN.m; $Mq = 256,67$ kN.m;

Características geométricas

Para a seção composta, deve-se calcular a largura colaborante b_f que contribui, resultando em 2,25 m. Porém, considerando que o concreto da mesa possui resistência menor que o da seção da viga pré-fabricada, multiplica-se este valor pela relação de $r = \frac{E_{capa}}{E_{viga}} = \frac{0,875 \cdot 5600 \cdot \sqrt{30}}{0,90 \cdot 5600 \cdot \sqrt{40}} = 0,84 \times 2,25 = 1,89$ m; $p = 0,84 \times 0,16 \approx 0,13$ m. Finalmente as seções a serem consideradas nos cálculos de tensões pode ser visto na Figura 3.

Com CAA II → Protensão limitada com as

verificações para o ELS.-F → Combinação frequente ψ_1 , limite de tensão $f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot \sqrt[3]{f_{ctk}^2}$. ELS. – D → quase permanente ψ_2 , limite de tensão $\sigma > 0$. Edifício público, os coeficientes a usar são $\psi_1 = 0,6$ e $\psi_2 = 0,4$.

Estimativa do número de cabos no tempo infinito consideração de fissuração

Escolhe-se aqui a condição de verificação em serviço para se pré-dimensionar a área de aço A_p , para isso adota-se uma perda de protensão na ordem de 20%, $\sigma_{p,\infty} = 116,24$ kN/cm².

Estado limite de formação de fissuras

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{M_p}{W_i} - \frac{Mg_1 + Mg_2 + Mg_3}{W_i} - \frac{Mg_4 + Mg_5}{W_{i,comp}} - \frac{\psi_1 \cdot M_q}{W_{i,comp}} \geq f_{ctk,inf} \quad (1)$$

Substituindo os valores obtém-se:

$$\sigma_i = \frac{116,26 \cdot A_p}{0,27} + \frac{116,24 \cdot 0,40 \cdot A_p}{4,05 \cdot 10^{-2}} - \frac{379,66}{4,05 \cdot 10^{-2}} - \frac{139,03}{7,69 \cdot 10^{-2}} - \frac{0,6 \cdot 256,67}{7,69 \cdot 10^{-2}} \geq -2456 \rightarrow A_p > 6,79 \text{ cm}^2 \quad (2)$$

Estado limite de descompressão

A expressão a ser usada é mesma que a anterior trocando ψ_1 por ψ_2 e usando o limite correspondente chegando a: $A_p \geq 7,93 \text{ cm}^2$.

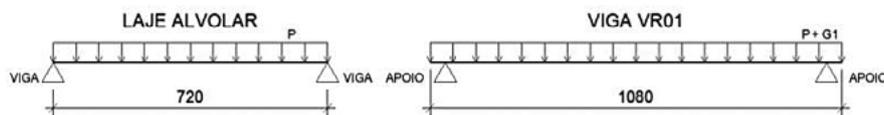


Figura 2 – Esquema estrutural da laje e da viga VR01.

| Seções 1 e 2 | Características 1 | Características 2 |
|--------------|--|--|
| | $A = 0,27 \text{ m}^2$ $y_{cg,i} = 0,45 \text{ m}$ $I = 1,82 \times 10^{-2} \text{ m}^4$ $W_i = 4,05 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ $W_s = 4,05 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ | $A = 0,389 \text{ m}^2$ $y_{cg,i} = 0,636 \text{ m}$ $I = 4,89 \times 10^{-2} \text{ m}^4$ $W_i = 7,69 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ $W_s = 1,05 \times 10^{-1} \text{ m}^3$ |

Figura 3 – Seções 1 e 2 com as respectivas características geométricas.

Considerando cordoalha de $\phi 12,7$ mm com uma seção média de $0,987 \text{ cm}^2$ tem-se: $n_{cord} = \frac{7,93}{0,987} = 8,03$. Considera-se aqui $10\phi 12,7$ mm.

Estimativa do número de cabos no tempo zero

Com A_p calculado no tempo infinito, pode-se verificar se a tensão de tração na fibra superior está dentro de limite. A solução proposta é a verificação da tensão já supondo a utilização de cordoalhas na fibra superior $A_{p'}$. Da mesma maneira estimando uma perda inicial de 2,5%, $\sigma_{p,t=0} = 141,67 \text{ kN/cm}^2$, para uma seção intermediária (0,31):

$$\sigma_{sup} = \frac{\overbrace{\sigma_{p,t=0} \cdot A_p}^{\text{Cabo Inferior}} - \frac{\sigma_{p,t=0} \cdot A_p \cdot e_p}{W_s}}{A} + \frac{\overbrace{\sigma_{p,t=0} \cdot A'_p}^{\text{Cabo Superior}} - \frac{\sigma_{p,t=0} \cdot A'_p \cdot e'_p}{W_s}}{A} + \frac{M_{g1}}{W_s} \geq -1,2 \cdot f_{ct,m} \quad (3)$$

$$\sigma_{sup} = \sigma_{p,t=0} \cdot A_p \cdot \left(\frac{1}{A} - \frac{e_p}{W_s} \right) + \sigma_{p,t=0} \cdot A'_p \cdot \left(\frac{1}{A} - \frac{e'_p}{W_s} \right) + \frac{M_{g1}}{W_s} \geq -1,2 \cdot f_{ct,m} \quad (4)$$

$$1,2 \cdot f_{ct,m} = 1,2 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{25^2} = 3,078 \text{ MPa} = 3078 \text{ kN/m}^2 \quad (5)$$

$$\sigma_{sup} = 141,67 \cdot 9,87 \cdot \left(\frac{1}{0,27} - \frac{0,40}{4,05 \cdot 10^{-2}} \right) + 141,67 \cdot A'_p \cdot \left(\frac{1}{0,27} - \frac{0,40}{4,05 \cdot 10^{-2}} \right) + \frac{67,44}{4,05 \cdot 10^{-2}} \geq -3078 \quad (6)$$

Com $A'_p \geq 2,02 \text{ cm}^2$, consideram-se duas cordoalhas de $\phi 12,7$ mm com $A_p = 1,974 \text{ cm}^2$.

Cabo representante para cálculo das perdas de protensão

Como se tem uma estimativa de 10 cabos na fibra inferior, são considerados 6 cabos na primeira camada a 4,5 cm da parte inferior da viga e a segunda camada a 8,5 cm, com o cabo representante a 6,1 cm da face inferior da viga.

Cálculo das perdas de protensão

Com o número e posição dos cabos definidos, calculam-se as perdas levando em consideração as fases distintas de carregamentos e considerando também a seção simples e a seção composta de concreto.

Perdas iniciais

$t = 1$ dia; $t_0 = 0$; $\sigma_p = 145,30 \text{ kN/m}^2$; $M_{g1} = 80,21 \text{ kN.m}$

Deformação por ancoragem

Considerando-se uma pista de protensão com comprimento $l=100$ m e uma acomodação da cunha Δl de 0,6 cm tem-se:

$$\Delta l = \frac{\Delta \sigma_{ancor} \cdot l}{E_p} \rightarrow \Delta \sigma_{ancor} = \frac{0,006 \cdot 2 \times 10^{-2}}{100} = 1,20 \text{ kN/cm}^2 \quad (7)$$

Relaxação da armadura

Para o cálculo da perda por relaxação da armadura deve-se descontar a perda ocorrida pela ancoragem da armadura.

$$\sigma_{pi} = 145,30 - 1,20 = 144,10 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow R = \frac{144,10}{190} = 0,76 \quad (8)$$

Para cordoalha de baixa relaxação e com 76% da resistência a tração, na tabela 8.4 da norma NBR 6118:2014 calcula-se através de interpolação o valor para $\psi_{1000} = 3,10$.

$$\psi_{(1,0)} = \psi_{1000} \cdot \left(\frac{t-t_0}{41,67} \right)^{0,15} = 3,1 \cdot \left(\frac{1-0}{41,67} \right)^{0,15} = 1,772 \rightarrow \Delta \sigma_{pr} = \frac{1,772}{100} \cdot 144,10 = 2,55 \text{ kN/cm}^2 \quad (9)$$

Perda por deformação imediata do concreto (aqui considera-se no meio do vão)

Com o sistema de pré-tração com aderência inicial, isso implica que a tensão que atua na deformação imediata do concreto nesta fase é o valor inicial σ_p descontadas as duas perdas calculadas anteriormente. Neste caso consideram-se as perdas para os cabos junto a face superior e inferior separadamente: $A_p = 9,87 \text{ cm}^2$; $e_p = 38,9 \text{ cm}$; $A'_p = 1,974 \text{ cm}^2$; $e'_p = 40 \text{ cm}$. Com $N_p = A_p \cdot \sigma_{pi.inf} + A'_p \cdot \sigma_{pi.sup} = 1676,48 \text{ kN}$
 $M_p = A'_p \cdot \sigma_{pi.inf} \cdot e_p + A_p \cdot \sigma_{pi.sup} \cdot e'_p = 431,69 \text{ kN.m}$.

$$\sigma_{pi} = \sigma_p - (\Delta \sigma_{ancor} + \Delta \sigma_{pr}) = 145,30 - (1,20 + 2,55) = 141,50 \text{ kN/cm}^2 \quad (10)$$

$$\Delta \sigma_{cg.inf} = \alpha_p \cdot \sigma_{c.po+g.inf} \text{ e } \Delta \sigma_{cg.sup} = \alpha_p \cdot \sigma_{c.po+g.sup} \quad (11)$$

$$\sigma_{c,po+g,inf} = \frac{N_p}{A} + \left(\frac{M_p - M_{g1}}{I} \right) \cdot e_p = 13724 \text{ kN/m}^2 \quad (12)$$

$$\sigma_{c,po+g,sup} = \frac{N_p}{A} + \left(\frac{-M_p + M_{g1}}{I} \right) \cdot e'_p = -1515 \text{ kN/m}^2 \quad (13)$$

Com $\alpha_p = 7,14$ e $E_{ci} = 28000 \text{ MPa}$.

$$\Delta\sigma_{cg,inf} = \alpha_p \cdot \sigma_{c,po+g,inf} = 9,80 \text{ kN/cm}^2 \quad (14)$$

$$\Delta\sigma_{cg,sup} = \alpha_p \cdot \sigma_{c,po+g,sup} = 1,08 \text{ kN/cm}^2 \quad (15)$$

Então, a tensão final considerando as perdas da primeira fase é:

$$\sigma_{p,inf,1 \text{ dia}} = \sigma_p - \Delta\sigma_{anc} - \Delta\sigma_{pr} - \Delta\sigma_{cg,inf} = 145,30 - 1,20 - 2,55 - 9,80 = 131,75 \text{ kN/cm}^2 \quad (16)$$

$$\sigma_{p,sup,1 \text{ dia}} = \sigma_p - \Delta\sigma_{anc} - \Delta\sigma_{pr} - \Delta\sigma_{cg,sup} = 145,30 - 1,20 - 2,55 + 1,08 = 142,63 \text{ kN/cm}^2 \quad (17)$$

Até esse instante as perdas calculadas são de 9,33% para os cabos na borda inferior e de 1,84% para os cabos da borda superior.

Perdas deferidas

Com o intuito de calcular os elementos necessários para usar as expressões de perda INFORSATO (2009) desenvolve, a partir do anexo A da NBR6118:2014 uma planilha de cálculo no programa Excel. A Figura 4 apresenta a tela de entrada e saída de dados.

| Thiago Endilatti Inforsato | |
|--|-----------|
| Dados | |
| Área da seção de concreto Ac | 1410 |
| Perímetro da seção em contato como ar (l) | 234 |
| Ambiente e material | |
| Unidade relativa do ar (U) | 70 |
| Temperatura média (T) | 20 |
| Abtimento do concreto (slamp) | 9 |
| Tipo do cimento utilizado | 3 |
| Idade do concreto | |
| no início do período considerado (t0) | 45 |
| no final do período considerado (t) | 10000 |
| Resultados | |
| Coefficiente de fluência $\Phi(t,10)$ | 1,728 |
| Retração do concreto $\epsilon_{cs}(t,10)$ | -2,07E-04 |

Figura 4 – Tela da planilha desenvolvida por INFORSATO (2009).

Como tem-se dois tipos de concreto, um com cimento tipo ARI para a seção pré-moldada e outro cimento tipo CPII para a capa, é proposto a determinação de dois coeficientes de fluência, um para cada seção e o coeficiente de fluência final é a média ponderada das duas seções. A Figura 5 mostra as duas seções consideradas para a determinação do coeficiente

de fluência. O coeficiente j final é obtido pela média ponderada das áreas e os respectivos coeficientes (Tabela 2).

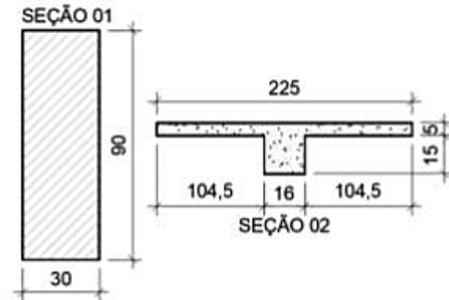


Figura 5 – Seção A e B para a determinação dos coeficientes de fluência.

Perda por fluência

Inicialmente calcula-se as perdas isoladamente e para o cálculo da fluência usa-se as recomendações de Nawy (1996).

$$\Delta\sigma_{p,c,inf} = \alpha_p \cdot \Phi_{(t,t_0)} \cdot \sigma_{c,po+g,inf} \text{ e } \Delta\sigma_{p,c,sup} = \alpha_p \cdot \Phi_{(t,t_0)} \cdot \sigma_{c,po+g,sup} \quad (18)$$

$$\Delta\sigma_{p,c,inf} = \alpha_p \left\{ \left[\frac{N_p}{A} + \left(\frac{+M_p - M_{g1}}{I} \right) e_p \right] \cdot \varphi_1 - \sum_{i=2}^3 \frac{M_{gi} \cdot e_{p'}}{I} \cdot \varphi_i - \sum_{i=2}^3 \frac{M_{gi} \cdot e_p}{I} \cdot \varphi_i - \sum_{i=4}^5 \frac{M_{gi} \cdot e_{p,comp}}{I_{comp}} \cdot \varphi_i - \psi_2 \frac{M_q \cdot e_{p,comp}}{I_{comp}} \cdot \varphi_q \right\}$$

$$\Delta\sigma_{p,c,sup} = \alpha_p \left\{ \left[\frac{N_p}{A} + \left(\frac{-M_p + M_{g1}}{I} \right) e'_p \right] \cdot \varphi_1 + \sum_{i=2}^3 \frac{M_{gi} \cdot e_{p'}}{I} \cdot \varphi_i + \sum_{i=2}^3 \frac{M_{gi} \cdot e_{p'}}{I} \cdot \varphi_i + \sum_{i=4}^5 \frac{M_{gi} \cdot e_{p',comp}}{I_{comp}} \cdot \varphi_i + \psi_2 \frac{M_q \cdot e_{p',comp}}{I_{comp}} \cdot \varphi_q \right\} \quad (19)$$

Que resultam em $\Delta\sigma_{p,c,inf} = 12,01 \text{ kN/cm}^2$ e $\Delta\sigma_{p,c,sup} = 7,90 \text{ kN/cm}^2$.

Perda por retração do concreto

Para a determinação do coeficiente de retração até a colocação da capa, a seção e geometria a considerar é a da viga pré-moldada. Quando se coloca a capa a geometria seria facilmente calculada, mas já existem dois concretos. Pode-se neste caso determinar uma retração para a seção 01 e outra para a seção 02 (com perímetro só da parte de cima), fazendo-se depois uma composição entre os dois coeficientes de

retração. Contudo a parte superior poderá trabalhar com selada (não perfeitamente). Como a protensão está praticamente atuando na seção 01, simplificada considerando-se apenas a primeira seção para o cálculo do coeficiente de retração (a favor da segurança).

$$\varepsilon_{(10000,1)} = -2,60 \cdot 10^{-4} \rightarrow \Delta\sigma_{p,s} = \varepsilon_{(t,t_0)} \cdot E_p = -2,60 \cdot 10^{-4} \cdot 2,0 \cdot 10^4 = 5,20 \text{ kN/cm}^2 \quad (20)$$

Relaxação da armadura

Com $\Delta\sigma_{p,r} = \sigma_{p,0}\chi(t,t_0)$; $\chi_p(t_\infty, t_0) = -\ln[1 - \psi(t_\infty, t_0)]$; $\psi(t_\infty, t_0) = 2,50 \cdot \psi_{1000}$; $R_{inf} = \frac{137,75}{190} = 0,69$;
 $R_{sup} = \frac{142,63}{190} = 0,75$.

Conduzindo a: $\psi(t_\infty, 1)_{inf} = 2,50 \cdot 2,38 = 5,95$;
 $\psi(t_\infty, 1)_{sup} = 2,50 \cdot 3,00 = 7,50$, portanto,
 $\Delta\sigma_{p,r,inf} = \sigma_{p,0}\chi(t_\infty, t_0) = 131,75 \cdot 6,13 \cdot 10^{-2} = 8,08 \text{ kN/cm}^2$
 $\Delta\sigma_{p,r,sup} = \sigma_{p,0}\chi(t_\infty, t_0) = 142,63 \cdot 7,80 \cdot 10^{-2} = 11,12 \text{ kN/cm}^2$.

Simultaneidades das perdas

A equação para os cálculos das perdas é dada pela expressão abaixo. A parcela referente ao numerador já foi calculada, restando agora o cálculo do denominador.

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t,t_0)E_p - \alpha_p\sigma_{c,p0} + g\varphi(t,t_0) - \sigma_{cp0}\chi(t,t_0)}{\chi_p + \chi_c\alpha_p\eta\rho_p} \quad (21)$$

Com: $\chi_{p,inf} = 1 + \chi(t_\infty, t_0)_{inf} = 1 + 6,13 \cdot 10^{-2} = 1,06$;
 $\chi_{p,sup} = 1 + \chi(t_\infty, t_0)_{sup} = 1 + 7,80 \cdot 10^{-2} = 1,08$;
 $\chi_c = 1 + 0,5 \cdot \varphi(t, t_0) = 1 + 0,5 \cdot 3,304 = 2,65$; $\eta_{inf} = 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c} = 1 + 0,389^2 \frac{0,27}{1,82 \cdot 10^{-2}} = 3,24$;

Tabela 2 – Coeficientes de fluência para a seção A, B e final.

| Ação | t ₀ Seção A | Coefficiente φ Seção A | t ₀ Seção B | Coefficiente φ Seção B | Coefficiente φ final |
|--------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|----------------------|
| Protensão | 1 | 3,304 | – | – | 3,304 |
| Peso próprio da viga | 1 | 3,304 | – | – | 3,304 |
| Peso próprio da laje | 15 | 2,225 | – | – | 2,225 |
| Execução da capa | 30 | 1,940 | 1 | 3,783 | 2,559 |
| Execução da alvenaria | 45 | 1,777 | 15 | 2,539 | 2,033 |
| Execução do revestimento | 60 | 1,660 | 30 | 2,15 | 1,825 |
| Atuação carga acidental | 75 | 1,568 | 45 | 1,933 | 1,691 |
| Perda da protensão | 75 | 1,568 | 45 | 1,933 | 1,691 |

$$\eta_{sup} = 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c} = 1 + 0,40^2 \frac{0,27}{1,82 \cdot 10^{-2}} = 3,37$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{I_c} = \frac{9,870 + 1,974}{2700} = 4,39 \cdot 10^{-3}$$

Com isso tem-se:

$$\Delta\sigma_p(\infty, t_0)_{inf} = \frac{-5,20 - 12,01 - 8,08}{1,06 + 2,65 \cdot 5,65 \cdot 3,24 \cdot 4,39 \cdot 10^{-3}} = \frac{-5,20 - 12,01 - 8,08}{1,06 + 2,65 \cdot 5,65 \cdot 3,24 \cdot 4,39 \cdot 10^{-3}} \quad (22)$$

$$\Delta\sigma_p(\infty, t_0)_{inf} = \frac{-5,20 - 7,90 - 11,12}{1,08 + 2,65 \cdot 5,65 \cdot 3,7 \cdot 4,39 \cdot 10^{-3}} = -18,88 \text{ kN/cm}^2 \quad (23)$$

Então chega-se a tensão final nos cabos consideradas todas as perdas.

$$\Delta\sigma_{p,inf,\infty} = \sigma_p - \Delta\sigma_{p,inf} = 131,75 - 19,84 = 111,91 \text{ kN/cm}^2 \quad (24)$$

$$\Delta\sigma_{p,sup,\infty} = \sigma_p - \Delta\sigma_{p,sup} = 142,63 - 18,88 = 123,75 \text{ kN/cm}^2 \quad (25)$$

Chega-se a uma perda de 22,98% para os cabos da borda inferior e 14,85% para os cabos da borda superior, comparado com a tensão inicial σ_{pi} .

Verificação da fissuração

Após os cálculos das perdas de protensão no tempo infinito, é possível fazer a verificações das tensões. Com $N_p = A_p \cdot \sigma_{p,\infty,inf} + A' \cdot \sigma_{p,\infty,sup} = 1348,83 \text{ kN}$
 $M_p = A_p \cdot \sigma_{p,\infty,inf} \cdot e_p + A' \cdot \sigma_{p,\infty,sup} \cdot e'_p = 331,96 \text{ kN}\cdot\text{m}$.
 • Estado limite de formação de fissuras, combinação frequente de $\psi_1 = 0,6$, com limites: $-2924 \text{ kN/m}^2 < \sigma < 28000 \text{ kN/m}^2$.

Borda inferior:

$$\sigma_i = \frac{1348,83}{0,27} + \frac{331,96}{4,05 \cdot 10^{-2}} - \frac{379,66}{4,05 \cdot 10^{-2}} - \frac{139,03}{7,69 \cdot 10^{-2}} - \frac{0,6 \cdot 256,67}{7,69 \cdot 10^{-2}} = 7,29 \text{ kN/r} \quad (26)$$

Borda superior:

$$W_{ts} = \frac{I_{comp}}{y_{ts}} = \frac{4,89 \cdot 10^{-2}}{0,264} = 1,85 \cdot 10^{-2} m^3 \quad (27)$$

$$\sigma_s = \frac{1348,83}{0,27} - \frac{331,96}{4,05 \cdot 10^{-2}} + \frac{379,66}{4,05 \cdot 10^{-2}} + \frac{139,03}{1,85 \cdot 10^{-2}} + \frac{139,03}{1,85 \cdot 10^{-2}} + \frac{0,6 \cdot 256,67}{1,85 \cdot 10^{-2}} = 7757 \text{ kN/m}^2 \quad (28)$$

Como os valores estão dentro do limite a verificação está atendida.

• Estado limite de descompressão, combinação quase permanente frequente de $\psi_2 = 0,4$, com limites: $0 \text{ kN/m}^2 < \sigma < 28000 \text{ kN/m}^2$.

Borda inferior:

$$\sigma_i = \frac{1348,83}{0,27} + \frac{331,96}{4,05 \cdot 10^{-2}} - \frac{379,66}{4,05 \cdot 10^{-2}} - \frac{139,03}{7,69 \cdot 10^{-2}} - \frac{0,4 \cdot 256,67}{7,69 \cdot 10^{-2}} = 674 \text{ kN/m}^2 \quad (29)$$

Borda superior:

$$\sigma_s = \frac{1348,83}{0,27} - \frac{331,96}{4,05 \cdot 10^{-2}} + \frac{379,66}{4,05 \cdot 10^{-2}} + \frac{139,03}{1,85 \cdot 10^{-2}} + \frac{0,4 \cdot 256,67}{1,85 \cdot 10^{-2}} = 7480 \text{ kN/m}^2 \quad (30)$$

Como os valores estão dentro do limite a verificação está atendida.

Verificação de ruptura e no tempo zero (verificação de ruptura simplificada)

Para uma melhor análise é recomendada nesta etapa a verificação em décimo de vão, com o carregamento da protensão e do peso próprio do elemento pré-moldado, que resulta nos valores da Tabela 3.

Os limites para este instante são:

$$\text{Compressão} \rightarrow \sigma = 0,7 f_{ckj} = 0,7 \times 25000 = 17500 \text{ kN/m}^2. \quad (31)$$

$$\text{Tração} \rightarrow \sigma = 1,2 \times 0,3 \times f_{ct,m} = 1,2 \times 0,3 \times \sqrt[3]{25^2} = 3,078 \text{ MPa} = 3078 \text{ kN/m}^2. \quad (32)$$

$$- 3078 \text{ kN/m}^2 < \sigma < 17500 \text{ kN/m}^2$$

O limite de tensão na borda inferior está verificado em todas as seções, a menos da seção S que está entre S₁ e S₂. Neste caso deve-se ser estudado se esta seção S está contida no comprimento de transferência de protensão. Caso contrário seria feito um isolamento de algum cabo junto a borda inferior, ver INFORSATO (2009).

Cálculo de A_p no tempo infinito.

Conhecida a armadura longitudinal deve-se calcular o momento máximo resistente da seção. Neste caso no ELU da flexão pode-se considerar a seção trabalhando como um todo. Inicialmente determina-se a posição da linha neutra (LN) a partir do equilíbrio das forças atuantes na seção transversal (Figura 6).

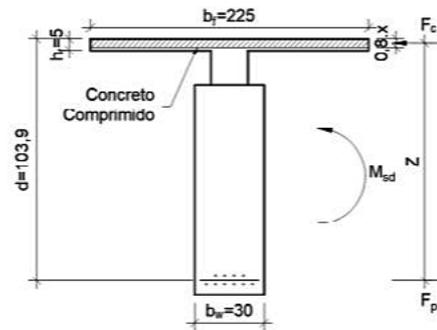


Figura 6 – Seção transversal com a indicação das forças internas, medidas em cm.

Como não há força externa, a força atuante no concreto (F_c), deve ser igual a força atuante na armadura (F_p).

$$F_c = F_t \rightarrow (0,85 \cdot f_{cd}) \cdot (b_w) \cdot (0,8 \cdot x) = A_p \cdot f_{pd} \quad (33)$$

Uma primeira tentativa impõe que a viga está trabalhando no domínio 2 e que a posição da linha neutra esteja na altura da capa. A expressão da linha neutra é: $x = \frac{A_p \cdot f_{pd}}{0,68 \cdot b_f \cdot f_{cd}}$.

A tensão no cabo no tempo infinito de $\sigma_{p,inf} = 111,91 \text{ kN/cm}^2$. Determina-se o pré-alongamento da armadura ativa de acordo com Carvalho (2014) que é de $\epsilon_p =$

Tabela 3 – Valores das tensões da borda inferior e superior em décimo de vão.

| Seção | S ₁ | S ₂ | S ₃ | S ₄ | S ₅ |
|---------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| σ_i (kN/m ²) | 14855,13 | 14300,60 | 13904,51 | 13666,85 | 13587,63 |
| σ_s (kN/m ²) | -3137,20 | -2582,67 | -2186,58 | -1948,92 | -1869,70 |

5,75%. Com isso tem-se $\varepsilon_t = \varepsilon_s + \varepsilon_p = 10 + 5,75 = 15,75\%$. Com este valor tem-se $\sigma_{sd} = 1501$ MPa. Sendo assim determina-se a posição de linha:

$$x = \frac{9,87 \cdot 150,1}{0,68 \cdot 2,25 \cdot \frac{30000}{1,4}} = 4,73 \cdot 10^{-2} = 4,73 \cdot 10^{-2} = 4,73 \text{ cm} < h_f.$$

Com a posição da linha neutra é possível identificar o domínio de deformação que está situada a viga. Para que a viga esteja no domínio 2 a posição da linha neutra LN deve estar entre zero e um determinado valor obtido através das deformações do concreto e do aço.

$$x_2 = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \cdot d = \frac{3,5}{3,5 + 10} \cdot 1,039 = 0,2693 \text{ m} = 26,93 \text{ cm} \quad (34)$$

A posição da linha neutra está a 4,73 cm pode-se dizer que a mesma encontra-se no domínio 2. Com o isso o momento resistente é dado por:

$$M_{rest} = F_c \cdot z = (0,85 \cdot f_{cd}) \cdot (b_w) \cdot (0,8 \cdot x) \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (35)$$

$$M_{rest} = \left(0,85 \cdot \frac{30000}{1,4}\right) \cdot 2,25 \cdot 0,8 \cdot 4,73 \cdot 10^{-2} (1,039 - 0,4 \cdot 4,73 \cdot 10^{-2}) = 1581 \text{ kNm} \quad (36)$$

Considerando os coeficientes de 1,30 para os elementos pré-fabricados, e 1,4 para as demais cargas, tem-se:

$$M_d = 1,3 \cdot (M_{g1} + M_{g2}) + 1,4 \cdot (M_{g3} + M_{g4} + M_{g5} + M_q) = 1058 \text{ kNm} \quad (37)$$

Como $M_{resis} > M_d$ o ELU de flexão está atendido.

Conclusões

A condição determinante do projeto para o cálculo da armadura longitudinal foi a da verificação de fissuração no estado de descompressão. Também fica claro a necessidade da colocação de armadura de protensão junto a borda superior da seção inicial. Esta condição diz respeito a verificação de ruptura no estado em vazio. Estas duas situações parecem ser típicas da pré-

tração e acabam sendo recorrentes. Assim, aconselha-se a iniciar o pré-dimensionamento por estas condições. Frisa-se a questão das perdas que se consideradas de maneira aproximada podem mascarar os resultados principalmente no que diz respeito às condições de fissuração. Para ilustrar este aspecto, calculou-se duas situações (estimativa 1 e estimativa 2) a quantidade de armadura longitudinal (considerando sempre dois cabos junto a fibra superior da pré-viga) usando condição determinante (descompressão na combinação quase permanente). Os resultados obtidos estão indicados na Tabela 4, mostrando a grande variabilidade de solução e a importância da precisão do cálculo das perdas. Nota-se que na estimativa 2 ao verificar a seção em vazio, haveria tração superior ao permitido, requerendo maior quantidade de cabos junto a borda superior.

O método proposto pode ser sistematizado e feito através de planilhas eletrônicas, ou mesmo, através de um programa de computador e assim permitindo uma grande velocidade no cálculo e liberando mais tempo para o projetista para a análise e eventuais mudanças de projeto.

Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 2017.
- CARVALHO, R. C; FILHO, J. R. F. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado. Segundo a NBR 6118:2014. 4. ed. São Carlos. EDUFSCAR, 2014. 415 pág.
- INFORSATO, T. B. Considerações sobre o projeto, cálculo e detalhamento de vigas pré-fabricadas protendidas com aderência inicial em pavimentos de edificações. Dissertação de mestrado PPGCIV – UFSCAR, São Carlos. 2009.
- NAWY E. G, P. E. Prestressed concrete. A Fundamental Approach – Second edition. Editora: Prentice Hall – New Jersey, 1996.

Tabela 4 – Número de cabos necessários em função da estimativa da perda de protensão.

| | Perda cabo superior | Perda cabo inferior | nº de cabos necessários | nº de cabos estimado/nº de cabo calculado |
|----------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|---|
| Estimativa 1 | 10% | 15% | 7 | 0,70 |
| Estimativa 2 | 20% | 30% | 12 | 1,20 |
| Situação de cálculo | 15,45% | 22,98% | 10 | 1,00 |