

Análise Comparativa de Procedimentos para Dimensionamento de Vigas de Concreto Armado sob Flexão Normal Composta e Torção Simultâneas

Mateus de F. Campos¹
Maria Cecília A. T. Silva²
Leandro M. Trautwein³

Resumo

Este trabalho apresenta uma análise comparativa entre procedimentos para o dimensionamento de vigas de concreto armado submetidas a esforços de flexão normal composta e torção simultâneas. A viga principal de um sistema estrutural é dimensionada à flexão normal composta, torção e cisalhamento segundo as especificações previstas pela ABNT NBR 6118:2014. O mesmo sistema estrutural é também dimensionado segundo um procedimento iterativo, comumente adotado em escritórios de engenharia, no qual uma viga é dimensionada à flexão simples, torção e cisalhamento e, posteriormente, é verificada à flexão normal composta por meio de um programa computacional específico. A partir dos dimensionamentos obtidos pela norma e pelo procedimento iterativo, foram elaborados modelos numéricos tridimensionais da viga principal para analisar o seu comportamento estrutural, utilizando-se o programa computacional DIANA. Os resultados da análise numérica foram comparados aos resultados dos dimensionamentos realizados pela via analítica. A capacidade resistente da viga foi o parâmetro utilizado na análise comparativa. Observou-se que as cargas de ruptura obtidas pelos modelos numéricos foram superiores às cargas de ruptura previstas nos dimensionamentos realizados pelo procedimento da ABNT NBR 6118:2014, e pelo procedimento iterativo, que usam como referência a condição de estado limite último. Observou-se ainda que a carga de ruptura do modelo numérico estabelecido a partir da ABNT NBR 6118:2014 foi menor que a carga de ruptura do modelo obtido pelo processo iterativo. O procedimento que segue as especificações da NBR 6118:2014 utilizado para o dimensionamento da viga principal levou a resultados mais precisos e mais econômicos comparativamente ao procedimento iterativo.

Palavras-chave: Concreto Armado; Vigas; Flexão Normal Composta; Torção; Análise Numérica.

1 Introdução

O desenvolvimento da Engenharia Civil nas últimas décadas foi notável. Obras complexas já eram projetadas e construídas em meados do século XX. Na atualidade, elas continuam sendo destaque entre os engenheiros civis, porém são projetadas com um rigor muito maior. As normas passaram a ser mais específicas, a segurança das estruturas se aprimorou, permitindo o aproveitamento mais adequado da estrutura. Os *softwares* voltados para o desenvolvimento de projetos têm sido constantemente aperfeiçoados, permitindo que o tempo despendido nessa atividade venham se reduzindo significativamente.

As solicitações obtidas por meio dos modelos numéricos, tais como momento fletor e torção, passaram a ser melhor definidos, e as regiões da estrutura com sobreposição de esforços, tais como flexo-compressão ou flexo-torção, são atualmente analisadas com maior precisão. Esse assunto tem sido o foco de linhas de pesquisa de diversos acadêmicos, visto a necessidade de se avaliar, nos casos das estruturas de concreto armado, a possibilidade de redução de armadura onde os esforços atuam conjuntamente.

Diversos autores têm desenvolvido suas pesquisas com foco na superposição de solicitações, tais como flexo-torção ou flexão normal composta com torção.

¹ Companhia do Metropolitano de São Paulo / Email: mfcampos@metrosp.com.br

² Universidade Estadual de Campinas / Departamento de Estruturas / Email: cecilia@fec.unicamp.br

³ Universidade Estadual de Campinas / Departamento de Estruturas / Email: leandromt@fec.unicamp.br

Greene e Belarbi (2006), Rahal (2006), Mullapudi e Ayoub (2010a, 2010b) e Chen e Liu (2014) pesquisaram sobre novos modelos de cálculo de vigas de concreto armado submetidas a múltiplos esforços. Para tal, adaptaram teorias já estabelecidas, tais como Teoria das Barras de Timoshenko ou a curva de concreto à compressão modificada segundo Kent e Park. Para validar os resultados, usaram dados experimentais disponíveis na literatura científica, e a boa aproximação indica boa precisão.

Rahal (2007), Alnuaimi (2007), Alnuaimi *et al.* (2008) e Greene e Belarbi (2009a, 2009b) estudaram novos modelos de cálculo para vigas submetidas a flexo-compressão e torção simultâneas, por meio de ensaios experimentais realizados para verificar os resultados obtidos numericamente.

Alnuaimi *et al.* (2013) estudaram as diferenças entre a norma americana e a norma britânica quanto ao dimensionamento de uma viga de concreto armado submetida a flexão, torção e cisalhamento. E Cardoso *et al.* (2014) desenvolveram um programa que dimensiona vigas de concreto armado submetidas a flexão normal composta e torção simultaneamente segundo a norma NBR 6118:2014.

Diversas normas, como a NBR-6118 (ABNT, 2014), já preveem uma redução de armadura longitudinal na região comprimida da seção transversal submetida à flexo-torção.

O objetivo deste artigo é analisar a eficiência do procedimento prático usualmente utilizado em escritórios de projeto e do procedimento estabelecido pela NBR 6118:2014, todos propostos para o caso de uma viga em concreto armado submetida a flexão normal composta e torção simultâneas. Um estudo comparativo entre esses procedimentos também é apresentado.

2 Metodologia

2.1 Sistema Estrutural e Carregamento

O sistema estrutural selecionado como foco deste estudo (Figura 1) é composto por uma viga principal (VP) biapoiada, tendo engastadas na direção ortogonal duas vigas secundárias. As vigas são em concreto armado de seção transversal (40 x 80) cm², cujo carregamento resulta em solicitações de flexo-compressão, torção e cisalhamento na viga principal. A resistência característica à compressão do concreto adotada é igual a 30 MPa e a resistência característica à tração do aço é igual a 500 MPa. O cobrimento da armadura é considerado com valor de 3,5 cm, culminando em uma altura útil da seção transversal de aproximadamente 75 cm.

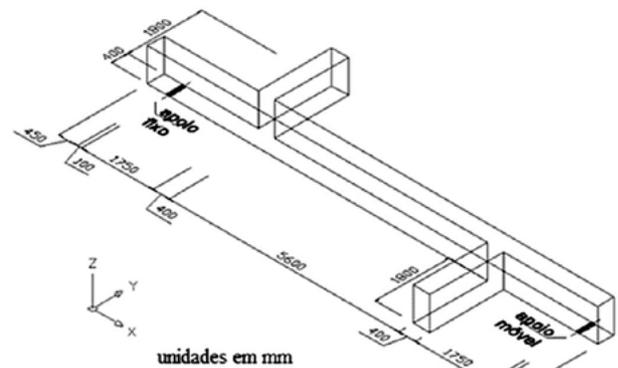


Figura 1 – Sistema estrutural analisado.

O carregamento é composto por cinco tipos de ação, a saber: peso próprio, carga distribuída, carga de compressão, cargas concentradas e sobrecarga, de modo a gerar solicitações de flexão, torção, compressão e cisalhamento. As cargas distribuídas estão em kN/m e as ações pontuais em kN. As ações são ilustradas nas

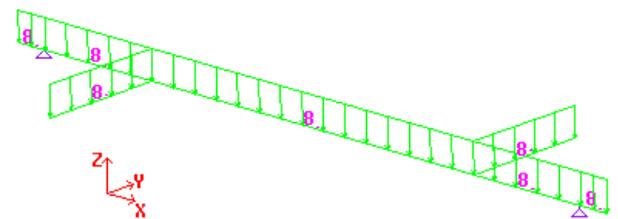


Figura 2 – Ação 1: peso próprio, em kN/m.

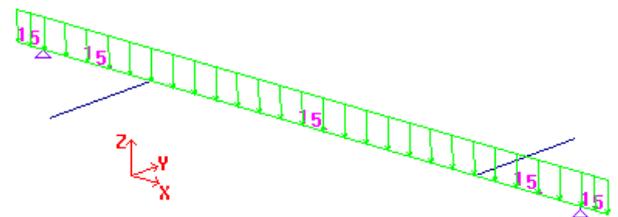


Figura 3 – Ação 2: carga distribuída, em kN/m.

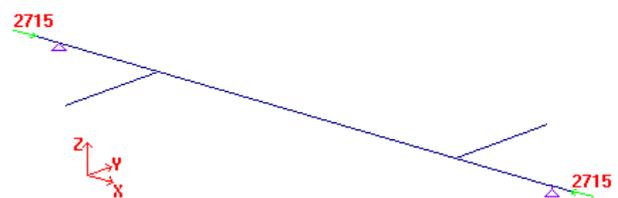


Figura 4 – Ação 3: compressão, em kN.

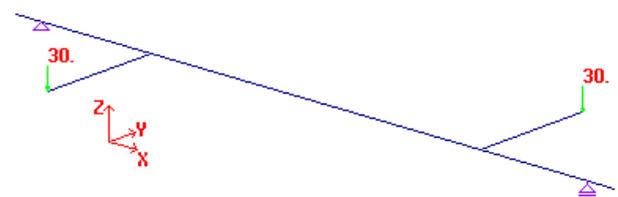


Figura 5 – Ação 4: torção, em kN.

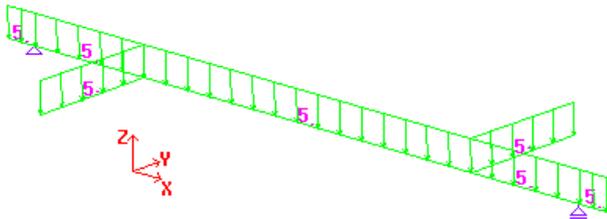


Figura 6 – Ação 5: sobrecarga, em kN/m.

2.2 Análise Preliminar

O sistema estrutural selecionado como foco deste estudo é previamente modelado no programa STRAP, baseado no Método dos Elementos Finitos, por meio do qual são extraídos as solicitações de momento fletor, momento de torção, força axial e cisalhamento, combinados de acordo com as premissas indicadas na NBR 6118:2014. A Figura 7 apresenta o modelo elaborado no STRAP. Nessa análise estrutural preliminar a viga é considerada como sendo de comportamento elástico-linear.

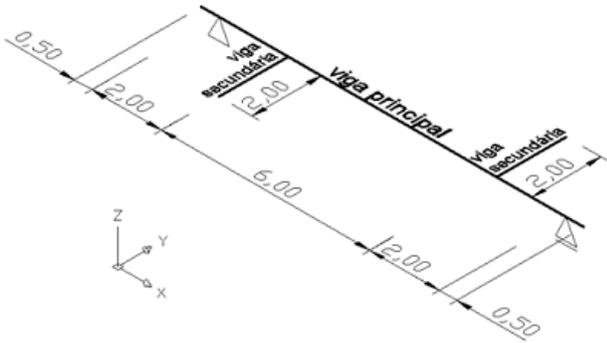


Figura 7 – Geometria do sistema estrutural – vista isométrica, em m.

Os diagramas de flexão, torção, compressão e cisalhamento das vigas principal e secundárias são baseados nas envoltórias de combinação segundo a norma brasileira, e são representados, no plano XY, nas Figuras 8 a 11. O valor negativo de força axial indica compressão.

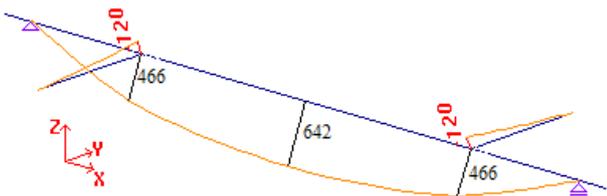


Figura 8 – Momento fletor M_y , em kN.m.

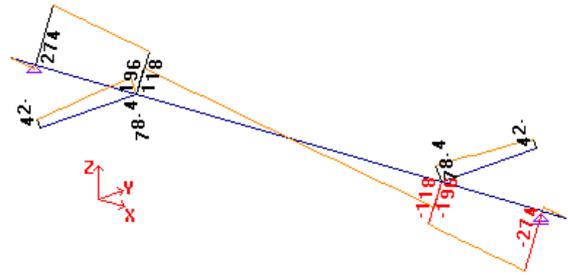


Figura 9 – Cortante V_z , em kN.

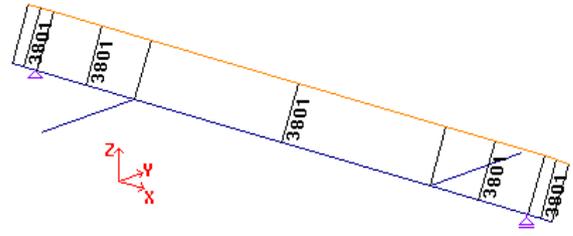


Figura 10 – Força axial N_x , em kN, .

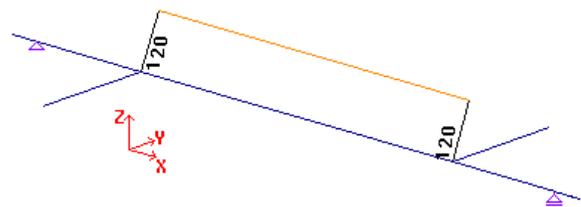


Figura 11 – Momento de torção M_x , em kN.m.

2.3 Procedimentos propostos para o dimensionamento

Obtidos as solicitações o dimensionamento do modelo se dá de duas maneiras distintas, sendo a diferença entre elas a armadura longitudinal de flexo-compressão adotada.

Na primeira solução, a armadura de flexo-compressão é obtida por meio das formulações propostas pela NBR 6118:2014 (referentes às estruturas de concretos normais do grupo I de resistência: C20 a C50) para as solicitações de flexo-compressão, torção e cisalhamento. Esse procedimento é denominado Modelo BN.

Na segunda solução, são adotadas as mesmas armaduras de torção e cisalhamento, porém, a armadura longitudinal de flexo-compressão é obtida por meio do software Normal 1.3 (CESEC/UFPR, 2001) usado, de forma iterativa, para a verificação de armaduras longitudinais de seções de concreto armado submetidas à flexão normal composta. O programa Normal 1.3 se baseia na NBR 6118:2014. Esse segundo procedimento é denominado Modelo BP.

2.3.1 Modelo BN

O dimensionamento das vigas do modelo BN à flexão normal composta, flexão simples, cisalhamento e torção, utilizando as especificações da NBR 6118:2014, são apresentados da Tabela 1 a Tabela 4. Nessas tabelas estão relacionados os valores críticos dos esforços observados nos respectivos diagramas.

2.3.2 Modelo PB

Para a determinação da armadura longitudinal do modelo BP, inicialmente é feito o dimensionamento da seção crítica da viga principal à flexão simples. Os valores relativos e essa etapa do dimensionamento são apresentados na Tabela 5. Em seguida, essa armadura previamente estabelecida é inserida no programa

Tabela 1 – Dimensionamento da viga principal (VP) à flexão normal composta – **Modelo BN.**

DIMENSIONAMENTO – VIGA SEÇÃO RETANGULAR								$f_{ck} = 500 \text{ MPa}$	
FLEXÃO NORMAL COMPOSTA								$f_{yk} = 30 \text{ MPa}$	
Viga	M_{sd} (KN.m)	N_{sd} (KN)	b_w (m)	h (m)	d (m)	d' (m)	β_x	A_s (cm ²)	A_s' (cm ²)
VP	642	3801	0,40	0,80	0,75	0,05	0,838	4,97	4,79

Tabela 2 – Dimensionamento das vigas secundárias (VS) à flexão simples – **Modelo BN.**

Viga	M_{sd} (KN.m)	N_{sd} (KN)	b_w (m)	h (m)	d (m)	d' (m)	A_s (cm ²)
VS	120	0	0,40	0,80	0,75	0,05	4,01

Tabela 3 – Dimensionamento das vigas principal (VP) e secundárias (VS) à força cortante – **Modelo BN.**

DIMENSIONAMENTO – VIGA SEÇÃO RETANGULAR								$f_{ck} = 500 \text{ MPa}$		
CISALHAMENTO								$f_{yk} = 30 \text{ MPa}$		
Viga	V_{sd} (KN)	N_{sd} (KN)	M_{sd} (KN.m)	b_w (m)	h (m)	d (m)	V_{c0} (KN)	V_{ws} (KN)	A_s (cm ²)	s (cm)
VP	274	3801	642	0,40	0,80	0,75	407,67	-	0,93	17,5
VP	196	3801	642	0,40	0,80	0,75	407,67	-	0,64	12
VS	78,4	0	0	0,40	0,80	0,75	260,68	-	0,93	17,5

Tabela 4 – Dimensionamento da viga principal (VP) à torção – **Modelo BN.**

DIMENSIONAMENTO – VIGA SEÇÃO RETANGULAR								$f_{ck} = 500 \text{ MPa}$				
TORÇÃO								$f_{yk} = 30 \text{ MPa}$				
Viga	T_{sd} (KN.m)	V_{sd} (KN)	b (m)	h (m)	d (m)	T_{Rd} (KN.m)	V_{Rd} (KN)	$T_{sd} < T_{Rd2}$	A_s (cm ²)	A_{90} (cm ²)	s (cm)	$\frac{V_{sd}}{V_{Rd2}} + \frac{T_{sd}}{T_{Rd2}} < 1$
VP	120	196	0,40	0,80	0,75	223,49	1527,43	SIM	14,49	0,93	12	SIM

Tabela 5 – Dimensionamento da viga principal à flexão simples – **Modelo BP**

DIMENSIONAMENTO – VIGA SEÇÃO RETANGULAR							$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$	
FLEXÃO SIMPLES							$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$	
Viga	M_{sd} (KN.m)	N_{sd} (KN)	b_w (m)	h (m)	d (m)	d' (m)	A_s (cm ²)	
VP	642	0	0,40	0,80	0,75	0,05	21,53	

computacional Normal 1.3 (CESEC/UFPR, 2001), e uma verificação à resposta da viga principal à flexo-compressão é avaliada.

A armadura calculada à flexão simples foi igual a 21,53 cm². Para representar essa armadura, adota-se uma armadura de bitola comercial igual 7Ø 20 mm. Essa informação, juntamente com a geometria de seção transversal e as resistências características do concreto e do aço, foi inserida no programa computacional Normal 1.3, de modo a conferir se a seção transversal suportaria as solicitações, conforme mostra a Figura 12. Observa-se que, nessa primeira tentativa, a seção

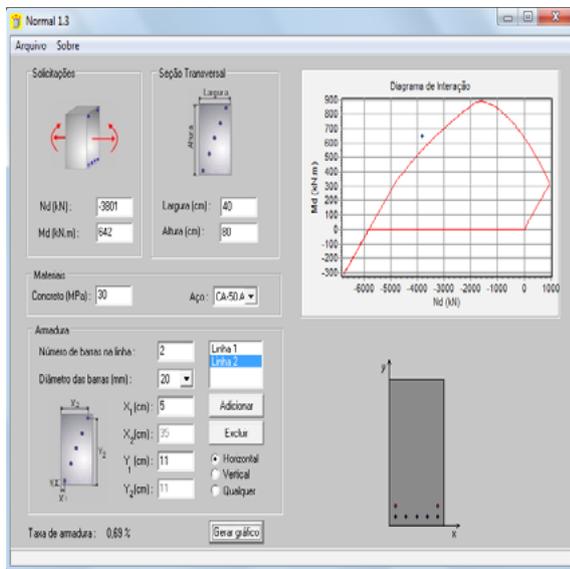


Figura 12 – Seção crítica da VP com armadura longitudinal não verificada à flexo-compressão (Fonte: Normal 1.3–CESEC/UFPR, 2001).

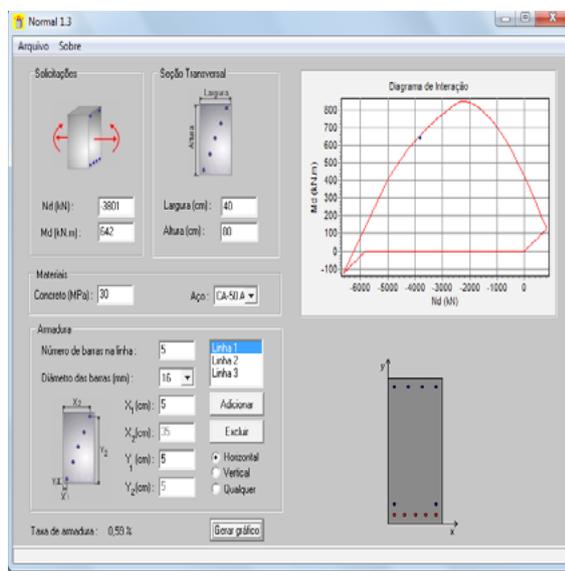


Figura 13 – Seção crítica da VP com armadura longitudinal verificada à flexo-compressão (Fonte: Normal 1.3–CESEC/UFPR, 2001).

transversal não foi verificada. Logo, é necessário que se aumente a área de armadura. Por tentativa e erro, foi adicionada armadura longitudinal na seção transversal até que a verificação fosse atingida. Dessa forma, obteve-se a seguinte configuração de armaduras: 7Ø 16mm como armadura positiva e 4Ø 12,5 mm como armadura negativa, conforme ilustra a Figura 13. Essa configuração faz com que a seção crítica da viga principal seja verificada à flexo-compressão segundo a NBR 6118:2014, por meio do programa computacional Normal 1.3.

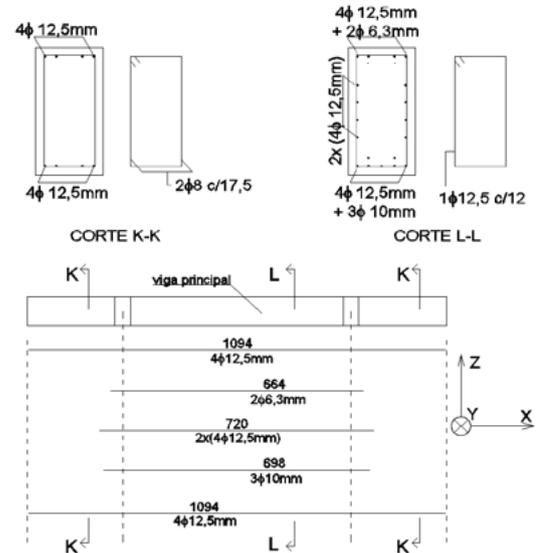


Figura 14 – Detalhamento das armaduras longitudinal e transversal da VP obtida pelo dimensionamento à flexão normal composta e à torção – Modelo BN.

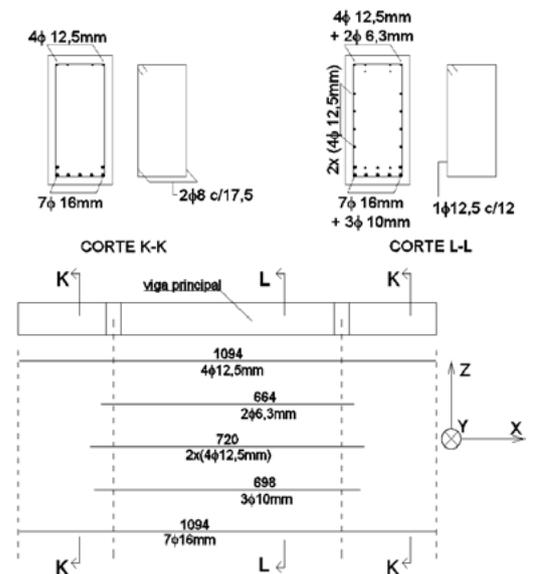


Figura 15 – Detalhamento das armaduras longitudinal e transversal da viga principal obtida pela verificação à flexo-compressão no programa Normal 1.3 e pelo dimensionamento à torção – Modelo PB.

2.3.3 Detalhamento das armaduras

O detalhamento das armaduras longitudinal e transversal dos modelos BN e BP da viga principal (VP) são apresentados nas Figuras 14 e 15, respectivamente. A Figura 16 apresenta o detalhamento das vigas secundárias (VS).

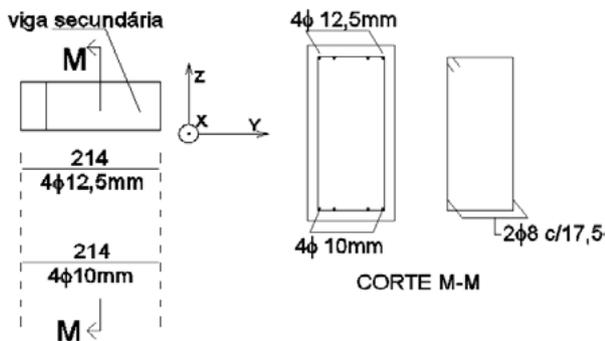


Figura 16 – Detalhamento das armaduras longitudinal e transversal das vigas VS obtidas pelo dimensionamento à flexão simples.

2.4 Modelagem Tridimensional dos modelos BN e BP – Análise Numérica

Realizados os dimensionamentos dos sistemas estruturais, resultados mais apurados como a distribuição de tensões na estrutura ou as tensões nas armaduras, são obtidos por meio de modelos numéricos tridimensionais elaborados com as armaduras resultantes de cada procedimento de dimensionamento, no programa DIANA TNO (TNO, 2013). Cada modelo numérico é composto de elementos sólidos para simular as regiões do concreto, e de elementos de barra que simulam as armaduras longitudinais e transversais,

estabelecidas por cada um dos procedimentos utilizados na etapa de dimensionamento, a saber:

- procedimento proposto pela NBR 6118:2014 (modelo BN);
- procedimento iterativo com base na NBR 6118:2014 (modelo BP).

Os resultados obtidos permitem analisar a eficiência da solução de armaduras adotada em cada modelo.

2.4.1 Etapa de calibração

Inicialmente, é realizada uma etapa de calibração, tendo em vista verificar a eficiência do programa DIANA TNO para a análise proposta.

A calibração é realizada por meio da reprodução no programa DIANA TNO do modelo experimental de Santhakumar *et al.* (2007), constituído por uma viga sob flexo-torção, fazendo uso de todos os dados fornecidos no referido artigo. Uma curva da deformação específica do elemento médio da barra central da armadura longitudinal positiva em função do momento fletor aplicado na viga foi elaborada e comparada com a curva representada no artigo. As Figuras 17 e 18 indicam a curva de Santhakumar *et al.* (2007) e a curva do modelo de calibração, respectivamente.

O processamento apontou que modelo de calibração rompeu para uma carga 17% acima da carga de ruína apresentada pelo modelo experimental. Apesar disso, o modelo de calibração apresenta uma deformação final no elemento médio da barra longitudinal central semelhante à apresentada pela curva do modelo experimental.

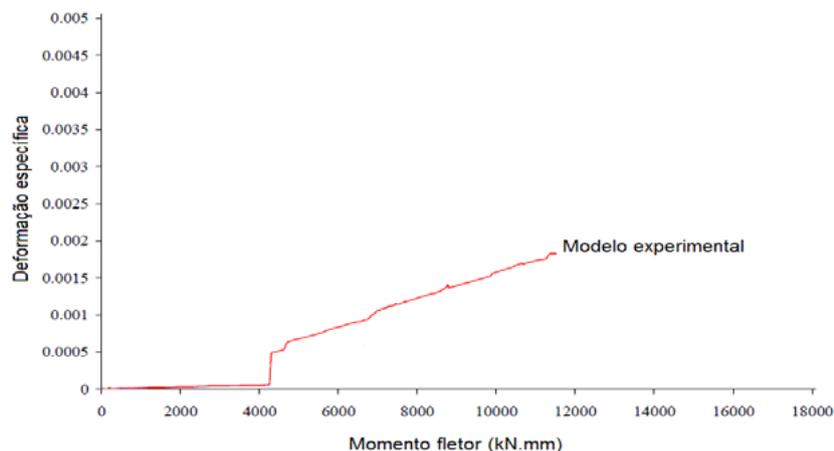


Figura 17 – Gráfico da deformação específica do elemento médio da barra longitudinal central em função do momento fletor atuante na viga principal (Santhakumar *et al.*, 2007).

2.4.2 Modelagem tridimensional dos modelos BN e BP

A modelagem tridimensional dos modelos BN e BP é feita no programa DIANA TNO, que possibilita a consideração de características não lineares ao concreto. Dentre as curvas de comportamento à tração do concreto, foi adotada a curva exponencial. Quanto ao comportamento do concreto à compressão, foi adotada a curva parabólica. E o coeficiente de retenção do cisalhamento foi adotado igual a 0,10, conforme indicou Santhakumar *et al.* (2007). A análise numérica, que considera as características não lineares dos materiais, é feita por meio do Método das Secantes, associada ao algoritmo de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS). O conjunto das cargas atuantes no modelo foi dividido em parcelas de 1/20, e a adição do incremento de carregamento acontece até o instante da ruptura. As Figuras 19 e 20 indicam, respectivamente, o modelo BN e o modelo BP elaborados no programa DIANA TNO.

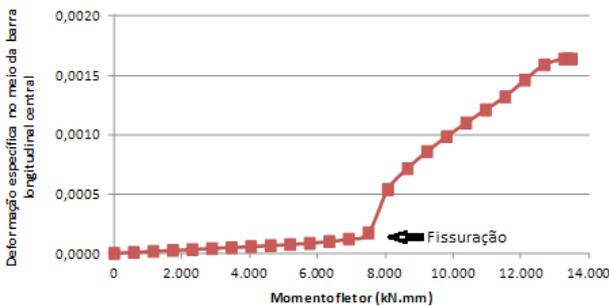


Figura 18 – Gráfico da deformação específica do elemento médio da barra longitudinal central em função do momento fletor atuante na viga do modelo de calibração.

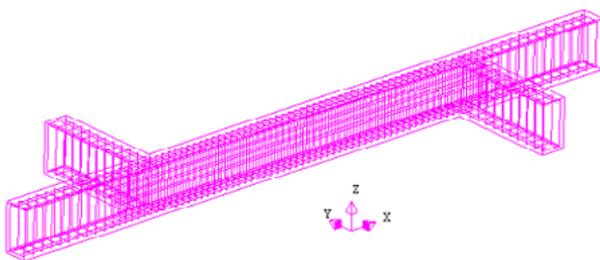


Figura 19 – Modelo BN.

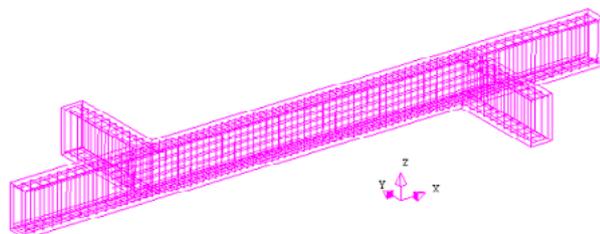


Figura 20 – Modelo BP

4 Resultados

4.1 Apresentação dos Resultados

Após o processamento, observou-se que o modelo BN rompeu para uma carga de 20% acima da carga prevista, e o modelo BP, para uma carga de 22% acima da prevista. Foram extraídos os resultados referentes à seção central da viga principal, denominada seção A, e da seção do engastamento das vigas secundárias à viga principal, denominada seção B. A Figura 21 apresenta a tensão na direção X, σ_x , no concreto ao longo da altura Z da seção A para 100% da carga prevista e para carga de ruína nos modelos BN e BP. A Figura 22 apresenta a deformação específica na direção X, ϵ_x , no concreto ao longo da altura Z da seção A para 100% da carga prevista e para carga de ruína.

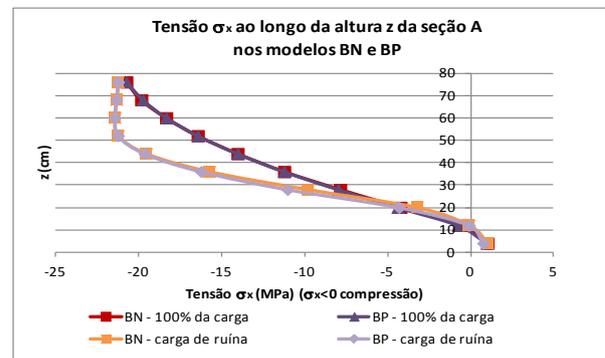


Figura 21 – Tensão σ_x ao longo da altura Z da seção A para 100% da carga prevista e para carga de ruína nos modelos BN e BP.

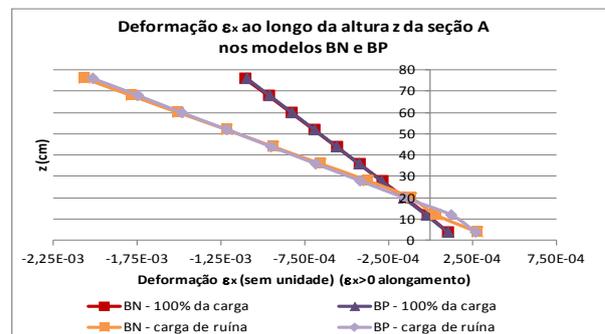


Figura 22 – Deformação específica ϵ_x ao longo da altura Z da seção A para 100% da carga prevista e para carga de ruína nos modelos BN e BP.

A Figura 23 apresenta a tensão na direção Y, σ_y , no concreto ao longo da altura Z da seção B para 100% da carga prevista e para carga de ruína nos modelos BN e BP. A Figura 24 apresenta a deformação específica na direção Y, ϵ_y , no concreto ao longo da altura Z da seção B para 100% da carga prevista e para carga de ruína.

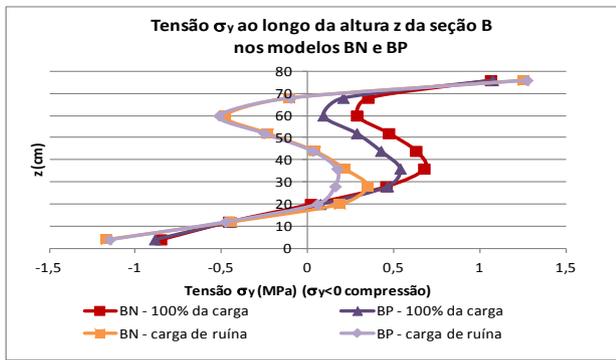


Figura 23 – Tensão σ_y ao longo da altura Z da seção B para 100% da carga prevista e para carga de ruína.

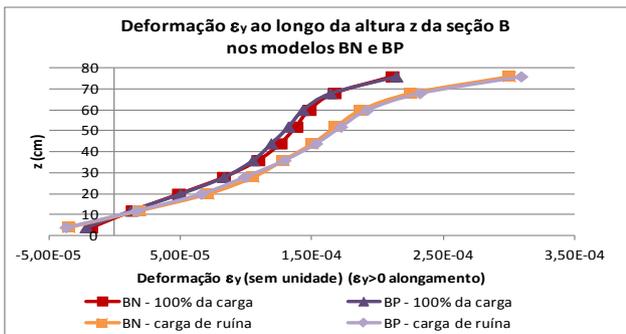


Figura 24 – Deformação específica ϵ_y ao longo da altura Z da seção B para 100% da carga prevista e para carga de ruína.

Em relação à armadura, elementos críticos que compõem as armaduras longitudinais da viga principal e das vigas secundárias foram selecionados e analisados quanto aos valores de tensão obtidos para 100% da carga atuante e para a carga de ruína. As Figuras 25 a 28 apresentam gráficos do incremento de carga em função da tensão na direção X na armadura longitudinal positiva e negativa das seções A e B .

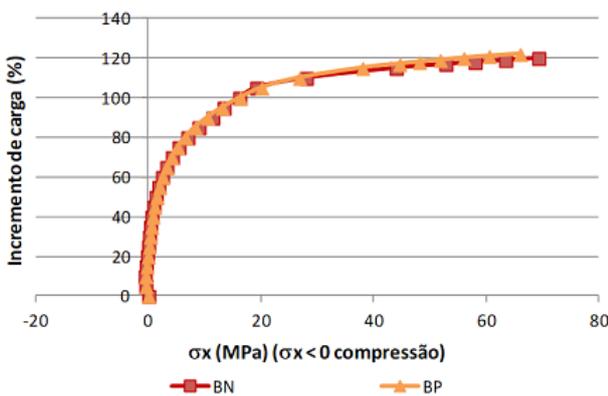


Figura 25 – Incremento de carga em função da tensão na direção X na armadura longitudinal positiva da seção A .

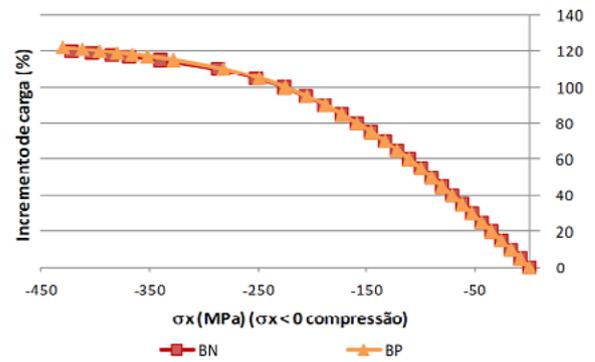


Figura 26 – Incremento de carga em função da tensão na direção X na armadura longitudinal negativa da seção A .

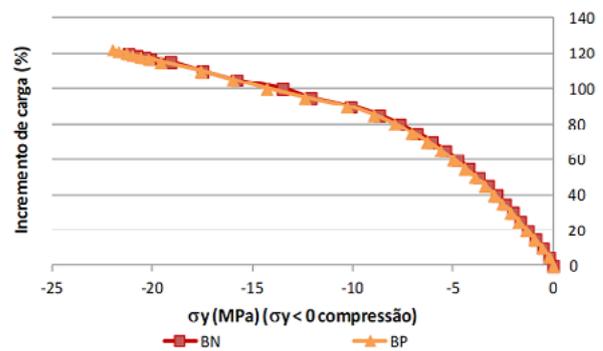


Figura 27 – Incremento de carga em função da tensão na direção Y na armadura longitudinal positiva da seção B .

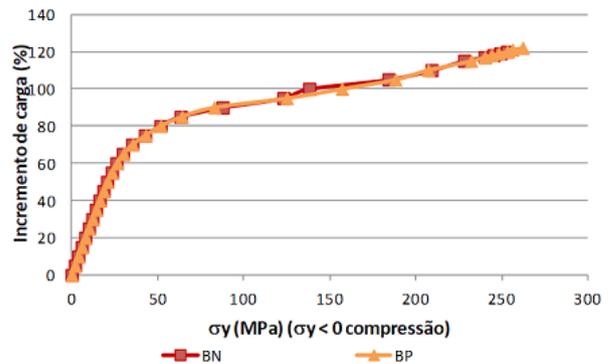


Figura 28 – Incremento de carga em função da tensão na direção Y na armadura longitudinal negativa da seção B .

4.2 Análise dos Resultados

Com relação à análise da seção crítica A , nota-se claramente na Figura 21, o aumento da força de compressão, de 100% da carga prevista para a carga de ruína. Além disso, a curva cruza o eixo das ordenadas no valor de ordenada de aproximadamente 15 cm, que corresponde a um valor próximo à altura de linha

neutra adotada no dimensionamento das vigas, em torno de 65 cm.

Quanto às curvas de deformação específica na seção A, nota-se, na Figura 22, que elas não apresentam diferenças consideráveis, sendo que o modelo BP apresenta deformações ligeiramente superiores, possivelmente devido ao fato de ser um modelo mais armado e por ter apresentado ruína para um carregamento superior ao do modelo BN.

Quanto à análise da seção crítica B, observa-se que as curvas apresentam grandes variações de tensão na região de tração (Figura 23). Além disso, observa-se que, para a carga de ruína, a deformação específica do elemento mais tracionado é muito maior do que a do seu elemento adjacente, sugerindo que o colapso da estrutura tenha ocorrido nessa região (Figura 24).

Analisando a Figura 25, observa-se que a armadura positiva da viga principal foi comprimida no início do carregamento, indicando predomínio da carga de compressão em relação à carga de flexão. Posteriormente, a flexão passa a predominar, e a armadura passa a ser tracionada, até atingir valores em torno de 70 MPa no instante da ruína. A armadura longitudinal negativa da viga principal, por sua vez, esteve comprimida durante todo o carregamento e atingiu, no instante da ruína, tensão de 430 MPa conforme indica a Figura 26.

Na Figura 27, são apresentadas as curvas de tensão na direção Y na armadura longitudinal positiva na seção B. As curvas estão na região de compressão desde o início do carregamento, e no instante da ruína apresentam valores de tensão em torno de 23 MPa.

Na Figura 28, observam-se as curvas de tensão na direção Y na armadura longitudinal negativa na seção B. Nota-se que, a partir de 80% do carregamento, a tensão nas armaduras aumenta de maneira mais evidente, atingindo tensões na ordem de 250 MPa no instante da ruína.

A Tabela 6 apresenta o total de armaduras longitudinal e transversal que compõem os modelos BN e BP. Os valores são fornecidos em kg. Observa-se que o peso total de aço utilizado no modelo BN é o menor do que o peso total de aço utilizado no modelo BP.

Tabela 6 – Relação de quantidades de armadura para cada modelo.

	BN	BP
Armadura longitudinal de flexão (kg)	84,31	163,02
Armadura longitudinal de torção (kg)	58,74	58,74
Armadura transversal sem torção (kg)	17,36	17,36
Armadura transversal com torção (kg)	117,53	117,53
Total (kg)	277,94	356,65

5 Conclusões

Foi observado que o dimensionamento à flexo-compressão realizado de forma analítica com base nas especificações estabelecidas pela NBR 6118:2014 resulta em uma menor quantidade de armadura longitudinal quando se compara com a armadura obtida para o modelo dimensionado por meio de um procedimento iterativo realizado utilizando-se o programa computacional para flexão normal composta Normal 1.3.

Ressalta-se que o primeiro procedimento leva a uma resposta mais econômica para o dimensionamento. Além disso, por meio desse procedimento se obtém o intervalo mais adequado para adoção da altura da linha neutra, permitindo adotar a armadura mais precisa.

Por outro lado, o dimensionamento pela via iterativa, além de exigir a atenção do calculista para as inúmeras possibilidades de configuração de armadura que o programa computacional oferece, apresenta soluções que nem sempre fornecem o dimensionamento mais preciso e mais econômico.

6 Referências

- ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, Rio de Janeiro, 2014.
- ALNUAIMI, A. S. 3D Analysis Of Solid Reinforced Concrete Beams Subjected To Combined Load Of Bending, Torsion And Shear, Proceedings of Computational Methods and Experimental Measurements, 13, p. 185-194, 2007.
- ALNUAIMI, A. S.; AL-JABRI, K. S.; HAGO, A. Comparison between solid and hollow reinforced concrete beams, Materials and Structures, 41, p. 269-286, 2008.
- ALNUAIMI, A. S.; PATEL, I. I.; AL-MOHSIN, M.C. Design Results of RC Members Subjected to Bending, Shear and Torsion Using ACI 318:08 and BS 8110:97 Building Codes, Practice Periodical on Structural Design and Construction – ASCE, 18, p. 213-224, 2013.
- CARDOSO JR, S. D.; PELLEGRINO NETO, J.; COUTO, L. F. M.; VENANCIO, C. S.; SALZEDAS, C. Sistema computacional para o dimensionamento de seções de concreto armado submetida aos esforços de flexo-tração normal, cisalhamento e torção, Anais do Congresso Brasileiro do Concreto, 56, 2014.
- CESEC Centro de Estudos de Engenharia Civil – Universidade Federal do Paraná. Normal 1.3,

Curitiba, 2001. Disponível em: <www.cesec.ufpr.br/concretoarmado>

CHEN, X.; LIU, X. L. Limit Analysis for Reinforced Concrete Rectangular Members Under Bending, Shear and Torsion, *J. Shanghai Jiaotong Univ. (Sci.)*, 19, p. 129-138, 2014.

GREENE, G. J.; BELARBI, A. Model for Reinforced Concrete Members under Torsion, Bending and Shear. I: Theory, *Journal of Engineering Mechanics*, 135, p. 961-969, 2009a.

GREENE, G. J.; BELARBI, A. Model for Reinforced Concrete Members under Torsion, Bending and Shear. II: Model Application and Validation, *Journal of Engineering Mechanics*, 135, p. 970-977, 2009b.

GREENE, G. J.; BELARBI, A. Softened Truss Model for RC Torsional Members under Combined Action. *Proceedings of Structures Congress*, 17, p. 1431-1438, 2006.

MULLAPUDI, T. R. S.; AYOUB, A. Coupled Model for Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete

Members Subjected to 3D Loading. *Proceedings of Earth and Space*, 1, p. 2679-2688, 2010a.

MULLAPUDI, T. R. S.; AYOUB, A. Development of Analysis Tools for RC Members Subjected to Three-Dimensional Combined Loads. *Proceedings of Structures Congress*, 19, p. 504-515, 2010b.

RAHAL, K. N. Combined Torsion and Bending in Reinforced and Prestressed Concrete Beams Using Simplified Method for Combined Stress-Resultants, *ACI Structural Journal*, 104, p. 402-411, 2007.

RAHAL, K. N. Evaluation of AASHTO-LRFD General Procedure for Torsion and Combined Loading, *ACI Structural Journal*, 103, p. 683-692, 2006.

SANTHAKUMAR, R.; DHANARAJ, R.; CHANDRASEKARAN, E. Behaviour of retrofitted reinforced concrete beams under combined bending and torsion: A numerical study, *Electronic Journal of Structural Engineering*, 7, p. 34-45, 2007.

TNO BUILDING AND CONSTRUCTION RESEARCH. iDiana – Release 9.4.4, Netherlands, 2013.