

Análise e Dimensionamento de Elementos de Membrana em Concreto Armado

Lucca Rosa Parreira Borges¹
Arthur Álax de Araújo Albuquerque²
Daniel Lima de Araújo³

Resumo

Elementos de membrana em concreto armado podem ser definidos como elementos planos submetidos a forças normais e cortantes ao longo de seu plano maior. Este tipo de elemento está presente em diversos tipos de estruturas, tais como vigas-parede, alma de vigas esbeltas, reservatórios, paredes estruturais, torres de resfriamento de usinas nucleares, entre outros. Contudo, atualmente, o comportamento deste tipo de elemento ainda é de difícil previsão quando comparado a elementos lineares, cujo comportamento à força cortante pode ser estimado de forma adequada a partir dos modelos clássicos de bielas e tirantes. Por essa razão, diversas teorias foram criadas para prever este comportamento. O presente trabalho tem por objetivo principal apresentar três teorias clássicas desenvolvidas para o dimensionamento de membranas de concreto armado, e aplicá-las para prever o comportamento mecânico de painéis e vigas de concreto relatadas na literatura por diversos autores. Os resultados mostram que a Teoria do Campo de Compressão Modificada e o Modelo de Treliça Flexibilizado apresentam resultados mais próximos dos valores experimentais de painéis, enquanto a Teoria do Campo de Compressão tem melhor representação para a estimativa da resistência a força cortante em vigas.

Palavras chave: Elementos de membrana, Viga, Concreto Armado, Modelos de Dimensionamento.

Introdução

Na maioria das normas nacionais e internacionais de dimensionamento de estruturas em concreto armado, nota-se que os modelos existentes para dimensionamento de vigas de concreto à força cortante ainda são baseados no conhecido modelo de bielas e tirantes, inicialmente idealizado por Ritter (1899 *apud* Souza, 2016) e Morsch (1908 *apud* Souza, 2016). Tais modelos, entretanto, embora tenham contribuído para um melhor entendimento do comportamento estrutural de vigas de concreto armado, ainda são incapazes de explicar alguns mecanismos complementares atuantes nos elementos de concreto quando submetidos a força cortante, por exemplo o intertravamento de agregados nas regiões de fissura e o efeito pino propiciado pelas armaduras longitudinais. Tais mecanismos complementares têm uma considerável parcela de influência na resistência de vigas e, principalmente, de painéis de concreto armado, quando submetidas a forças cortantes e, assim, devem ser levados em

consideração na elaboração de teorias mais refinadas para a estimativa dessa resistência em de elementos de concreto armado.

Em geral, as teorias relatadas na literatura consideram três equações para determinação da resistência de um elemento plano de concreto armado: equações de equilíbrio de forças, equações de compatibilidade de deformações e relações constitutivas dos materiais empregados. As relações constitutivas são determinadas a partir de ensaios experimentais onde diversos parâmetros são analisados, tais como taxas de armadura longitudinal e transversal, diâmetro máximo do agregado, espaçamento entre armaduras e a resistência do concreto à compressão.

Antes do desenvolvimento das teorias para elementos de membrana em concreto, a relação tensão-deformação específica utilizada para o concreto possuía um comportamento próximo ao da curva obtida no ensaio de compressão uniaxial em corpos de prova cilíndricos. Contudo, sabe-se, atualmente, que tal consideração é imprecisa e não representa de forma fiel

¹ Discente da Escola de Engenharia Civil e Ambiental – Universidade Federal de Goiás – UFG e-mail: luccaptc@discente.ufg.br

² Professor da Escola de Engenharia Civil e Ambiental – Universidade Federal de Goiás – UFG e-mail: arthuralax@ufg.br

³ Professor da Escola de Engenharia Civil e Ambiental – Universidade Federal de Goiás – UFG e-mail: dlaraujo@ufg.br

o comportamento do concreto à compressão. Isso se dá porque no elemento de membrana, na formação da treliça plana, que ocorre após a fissuração do concreto, as forças de tração atuantes na direção normal à biela comprimida desenvolvem efeito de abrandamento (*softening*). O abrandamento é associado a uma redução da resistência do concreto à compressão devido às tensões de tração atuantes na direção perpendicular à da tensão de compressão. Assim, quanto maior forem as tensões principais de tração, maior será a influência do abrandamento no elemento de concreto, distanciando-se cada vez mais do comportamento obtido do ensaio de compressão em corpo de prova cilíndrico.

Com base nas equações de equilíbrio, de compatibilidade e em relações constitutivas não-lineares obtidas de forma empírica, Vecchio e Collins (1986) propuseram a Teoria do Campo de Compressão Modificada (*Modified Compression Field Theory-MCFT*), enquanto Hsu (1993) propôs o Modelo de Treliça Flexibilizado (*Softened Truss Model – STM*). Ambos os modelos são capazes de prever com eficácia o comportamento dos elementos de membrana submetidos a força normal e cortante ao prever a curva tensão-deformação cisalhante do elemento de membrana antes e após a fissuração do concreto. Esses dois modelos possuem base teórica semelhante, diferenciando-se nas relações constitutivas assumidas para o concreto sob compressão e tração.

Além dessas duas teorias, neste trabalho, apresenta-se uma outra teoria denominada Teoria do Campo de Compressão (*Compression Field Theory – CFT*). Tal teoria foi proposta por Vecchio e Collins na década de 1980, destacando-se na determinação um pouco mais precisa da resistência de vigas de concreto armado e protendido sob atuação de força cortante. Assim, esse trabalho também aplica essa teoria a elementos de membrana de concreto armado de modo a identificar que fatores contribuem para que o comportamento do painel se aproxime ou se afaste dos resultados obtidos a partir da Teoria do Campo de Compressão – CFT.

Para se realizar a comparação das três teorias apresentadas, foram utilizadas cinco séries de painéis ensaiados por diversos autores e disponíveis na literatura. Para a análise dos painéis, foram implementadas rotinas computacionais no *software* MatLab. Essas rotinas foram originalmente apresentadas em Souza (2016) e modificadas nesse trabalho a partir dos trabalhos originais. Além disso, alguns parâmetros adicionais foram implementados de modo a permitir a convergência da rotina para os painéis analisados. Para a aplicação do MCFT às vigas de concreto armado, foi desenvolvida uma rotina computacional, também no *software* MatLab, a partir da formulação apresentada

em Collins *et al* (1996). Essa rotina foi, então, aplicada para avaliar a resistência à força cortante de duas séries de vigas relatadas na literatura, sendo a primeira série obtida de García (2002) e a segunda de Roller e Russel (1990). Os resultados obtidos a partir da aplicação do MCFT a essas duas séries de vigas foram então comparados àqueles previstos pela formulação prevista na ABNT NBR 6118:2014 e em outras seis normas internacionais de dimensionamento de estruturas de concreto armado.

1.1 Teoria do Campo de Compressão (CFT)

Segundo Souza (2016), a Teoria do Campo de Compressão é uma teoria desenvolvida a partir do modelo de treliça com ângulo variável, fazendo analogia entre as vigas de concreto armado e vigas metálicas esbeltas. Este modelo é denominado *Variable Angle Truss Model*, uma vez que, diferentemente do modelo convencional de treliça, que adota uma inclinação fixa de 45° para as diagonais comprimidas, na Teoria do Campo de Compressão, é assumido que este ângulo seja variável. Neste modelo, o efeito de abrandamento produzido pelas tensões transversais de tração no concreto é considerado. A curva tensão-deformação específico do concreto na compressão é dada pela seguinte relação:

$$f_2 = f_{2m\acute{a}x} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right] \quad (1)$$

$$f_{2m\acute{a}x} = \frac{f'_c}{0,8 - \frac{0,34\varepsilon_1}{\varepsilon'_c}} \leq f'_c \quad (2)$$

onde f_2 e ε_2 são, respectivamente, a tensão e a deformação específica do concreto na direção principal de compressão, ε_1 é a deformação específica na direção principal de tração, ε'_c e f'_c são, respectivamente, a deformação específica e a tensão de pico do concreto para o ensaio à compressão de um corpo de prova cilíndrico, e é a tensão de pico do concreto à compressão com o efeito de abrandamento.

Nota-se, da Figura 1, que esta curva difere da curva obtida a partir do ensaio de compressão uniaxial em corpo de prova cilíndrico, uma vez que retrata a influência da tensão transversal de tração atuante na diagonal comprimida, o que reduz significativamente a resistência do concreto à compressão.

O modelo assume que a inclinação das deformações principais é coincidente com a inclinação das tensões principais, obtendo-se uma equação de compatibilidade por meio do círculo de Mohr das deformações específicas.

1.2 Teoria do Campo de Compressão Modificada (MCFT)

Segundo Bentz (2000) Teoria do Campo de Compressão Modificada (MCFT) é uma teoria mais rebuscada na busca da resposta do comportamento força *versus* deformação de um elemento de membrana em concreto armado fissurado e submetido a forças cortantes. Lançada por Vecchio e Collins (1982) a partir do ensaio de 30 painéis de concreto armado submetidos a diversos estados de tensão, foi posteriormente otimizada por Collins e Mitchell (1987) As deformações específicas e tensões, neste modelo, possuem valores médios, aglomerando tanto tensões e deformações locais nas fissuras quanto entre fissuras. Devido a este motivo, segundo Bentz (2000), para que as tensões locais nas fissuras não se tornem maiores que as tensões médias, um procedimento denominado *crack check* é realizado de forma a limitar-se a tensão principal de tração a um valor limite. Este valor limite depende da capacidade de absorção de tensão das armaduras, da abertura de fissuras no concreto e do ângulo da biela comprimida. Assim, o comportamento geral do elemento é baseado nas relações médias de tensão e deformação, otimizadas pelo procedimento de *crack check*. Com isso, o modelo se torna mais simples, pois não considera de forma explícita efeitos como intertravamento de agregados, efeito de pino nas armaduras, tensões de aderência e deformações específicas pelo deslizamento do concreto entre fissuras.

No MCFT, as relações constitutivas são utilizadas como ponte entre as tensões médias e as deformações específicas médias tanto para o concreto quanto para as armaduras. O modelo assume que as

armaduras não resistem às tensões de cisalhamento, assim, as equações constitutivas das armaduras são baseadas no modelo uniaxial bilinear, sendo definidas da seguinte forma:

$$f_{sx} = E_s \varepsilon_x \leq f_{yx} \quad (3)$$

$$f_{sy} = E_s \varepsilon_y \leq f_{yy} \quad (4)$$

onde E_s é o módulo de elasticidade longitudinal da armadura e ε_x e ε_y são as deformações específicas das armaduras nas direções longitudinal e transversal, respectivamente.

Para o concreto, assim como no CFT, assume-se que a direção das tensões principais coincide com a direção das deformações específicas principais. Apesar de no artigo original do MCFT ser mostrado que tal afirmação não é totalmente verdadeira, assume-se, ainda no artigo, que tal aproximação não seja tão prejudicial ao modelo, facilitando bastante os cálculos. A curva tensão-deformação associada ao modelo é obtida empiricamente e depende da deformação específica principal de compressão ε_2 , bem como da deformação específica principal de tração ε_1 , conforme mostrado na equação 5. A tensão do concreto na direção principal de compressão é representada por

$$f_{c2} = \frac{f'_c}{0,8 + 170\varepsilon_1} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right] \quad (5)$$

A curva tensão-deformação específica à tração também é obtida empiricamente a partir dos ensaios relatados. Neste sentido, o elemento de concreto mostra uma curva tensão-deformação linear crescente

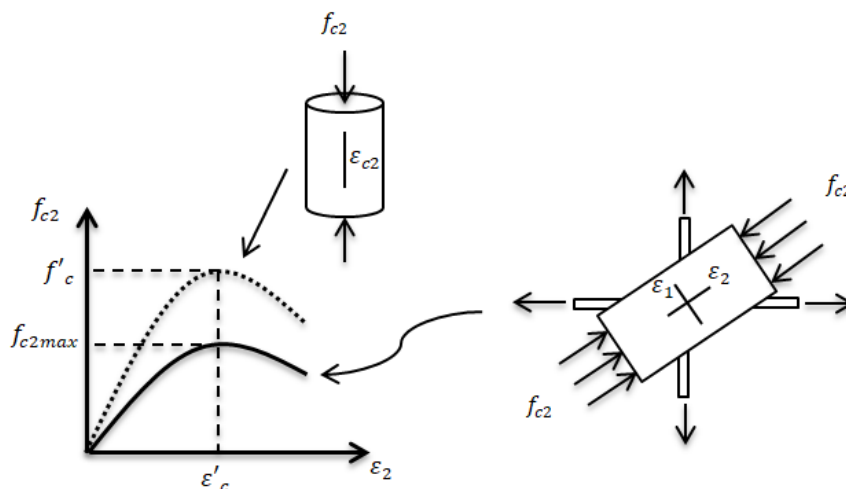


Figura 1 – Comparação entre curvas tensão-deformação específica com e sem efeito do abrandamento das tensões. Fonte: Vecchio e Collins, 1986.

até a fissuração. Após a ocorrência desta, adota-se uma curva decrescente, como mostrado nas Equações 6 e 7. Nestas equações, o valor de E_c pode ser tomado como $E_c = 2f_{cr}'/\varepsilon_c'$.

$$f_{c1} = E_c \varepsilon_1 \quad (6)$$

$$f_{c1} = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{500\varepsilon_1}} \quad (7)$$

1.3 Modelo de Trelíça Flexibilizado (STM)

Proposto por Hsu (1993), a partir de observações experimentais realizadas na Universidade de Houston, este modelo também foi desenvolvido para representar o comportamento de painéis de concreto. De acordo com Hsu (1993), no STM a relação tensão-deformação específica à compressão do concreto também apresenta o efeito de abrandamento do concreto na compressão ocasionado por tensões de tração. Este efeito é quantificado a partir da adoção de um coeficiente de abrandamento nas relações constitutivas do modelo. As Equações 8 e 9 representam a curva tensão-deformação específica do concreto à compressão, sendo a equação 10 a quantificação do coeficiente de abrandamento ζ .

$$\sigma_d = \zeta f_{ck} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_o} \right) - \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_o} \right)^2 \right] \text{ para } \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_o} \right) \leq 1 \quad (8)$$

$$\sigma_d = \zeta f_{ck} \left[1 - \left(\frac{\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_o} - 1}{\frac{\zeta}{2} - 1} \right)^2 \right] \text{ para } \left(\frac{\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_o} \right) > 1 \quad (9)$$

$$\zeta = \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400\varepsilon_r}} \quad (10)$$

onde ε_d é a deformação específica do concreto na direção principal de compressão, ε_r é a deformação do concreto na direção principal de tração, ε_o é a deformação específica de pico do concreto no ensaio à compressão em corpo de prova cilíndrico, e f_{ck} é a resistência do concreto à compressão neste ensaio. As equações 11 e 12 representam a relação tensão-deformação específica do concreto à tração.

$$\sigma_r = \varepsilon_r E_c \text{ para } \varepsilon_r \leq 0,00008 \quad (11)$$

$$\sigma_r = f_{cr} \left(\frac{0,00008}{\varepsilon_r} \right)^{0,7} \text{ para } \varepsilon_r > 0,00008 \quad (12)$$

Sendo σ_r a tensão do concreto na direção principal de tração, E_c o módulo de elasticidade do

concreto, e f_{cr} a tensão de fissuração do concreto, são dados por

$$f_{cr} = 0,31\sqrt{f_{ck}} \quad (13)$$

$$E_c = 3875\sqrt{f_{ck}} \quad (14)$$

O diferencial dessa teoria em relação ao MCFT é que ela é quase toda baseada nas equações de equilíbrio de forças e de compatibilidade de deformações específicas do círculo de Mohr. Isso, aliado às relações constitutivas empíricas do concreto sob tração e compressão e do aço sob tração, resultam em um modelo de fácil compreensão, porém de complexa resolução, uma vez que tais formulações resultam em um sistema de equações com 14 incógnitas. Para se resolver um problema de análise estrutural neste modelo, assim como nos anteriores, necessita-se da adoção de um procedimento iterativo que, dependendo do tipo de carregamento aplicado, implica em alterações no seu algoritmo de resolução.

2 Elementos de membrana em concreto armado

Para efeito de análise das teorias de membrana apresentadas, foram usadas cinco séries de painéis de concreto armado ensaiados e relatados na literatura. Cada série foi agrupada com painéis de características semelhantes, assim, os resultados obtidos pelas rotinas computacionais implementadas foram diretamente influenciados por tais características. A descrição dos painéis é mostrada nas Tabelas 1 a 5.

Os painéis ensaiados por Collins, Vecchio e Mehlhorn (1985) eram em concreto armado, com tamanhos máximos do agregado graúdo de 6 mm, armadura com módulo de elasticidade de 200 GPa e tinham dimensões de 89 cm x 89 cm com 7 cm de largura. Nesta série, foram utilizados concretos de resistências menores, com valores entre 11 e 31 MPa de resistência à compressão. Na maioria dos painéis, o carregamento foi aplicado de forma incremental até que o esmagamento do concreto ou a ruptura da armadura fosse atingido. Como exceção, os painéis PV4, PV5 e PV6 tiveram ciclos de carga e descarga antes de serem carregados até a ruptura.

Os painéis ensaiados por Bhide e Collins em 1989 tinham dimensões de 89 cm x 89 cm e espessura de 7 cm. Eles tinham armadura apenas na direção longitudinal e diâmetro máximo dos agregados graúdos de 9,5 mm.

Em 1995, Pang e Hsu ensaiaram dez painéis de concreto armado sob cisalhamento puro. Os painéis

quadrados possuíam 139,7 cm de lado e 17,8 cm de espessura.

Por fim, em 2009 Xie realizou o ensaio de seis painéis sob diferentes forças axiais e cortante aplicadas. A taxa de armadura foi escolhida de forma a simular o comportamento de vigas, com a taxa de armadura longitudinal maior que a transversal, sendo que o principal parâmetro analisado nos ensaios foi a relação entre a força normal e a força cortante aplicada aos painéis.

Na Tabela 6 são apresentados os resultados

médios, o desvio padrão e o coeficiente de variação da relação entre a resistência ao cisalhamento obtido da rotina computacional e a resistência obtida dos ensaios. Essa tabela apresenta os resultados agrupados por série de ensaio e para cada teoria de membrana descrita no item 1. Há que se ressaltar que, em alguns painéis da série 1, não foi possível obter essa relação porque não havia resultado experimental de ruína do painel. As análises realizadas com os painéis PV15 e PV17 da série 1 e PL5 da série 5 não convergiram com a combinação de tensões no painel. Na Figura 2

Tabela 1 – Série 1: Painéis ensaiados por Collins, Vecchio e Mehlhorn em 1985. Fonte: Souza, 2016.

Elemento	Carregamento (f_x, f_y, f_z)	ϕ_x (mm)	ϕ_y (mm)	ρ_x (%)	ρ_y (%)	f_c (MPa)	ϵ_0 (10^{-3})	f_{yx} (MPa)	f_{yy} (MPa)	τ fissuração (MPa)	τ ruína (MPa)
PV1	1:0:0	6,35	6,35	1,79	1,68	34,5	2,2	483	483	2,21	>8,02
PV2	1:0:0	2,03	2,03	0,18	0,18	23,5	2,25	428	428	1,1	1,16
PV3	1:0:0	3,3	3,3	0,48	0,48	26,6	2,3	662	662	1,66	3,07
PV4	1:0:0	3,45	3,45	1,06	1,06	26,6	2,5	242	242	1,79	2,89
PV5	1:0:0	5,79	5,79	0,74	0,74	28,3	2,5	621	621	1,73	>4,24
PV6	1:0:0	6,35	6,35	1,79	1,79	29,8	2,5	266	266	2	4,55
PV7	1:0:0	6,35	6,35	1,79	1,79	31	2,5	453	453	1,93	>6,81
PV8	1:0:0	5,44	5,44	2,62	2,62	29,8	2,5	462	462	1,73	>6,67
PV9	1:0:0	6,35	6,35	1,79	1,79	11,6	2,8	455	455	1,38	>3,74
PV10	1:0:0	6,35	4,7	1,79	1	14,5	2,7	276	276	1,86	3,97
PV11	1:0:0	6,35	5,44	1,79	1,31	15,6	2,6	235	235	1,66	3,56
PV12	1:0:0	6,35	3,18	1,79	0,45	16	2,5	469	469	1,73	3,13
PV13	1:0:0	6,35	0	1,79	0	18,2	2,7	248	0	1,73	2,01
PV14	1:0:0	6,35	6,35	1,79	1,79	20,4	2,23	455	455	1,93	>5,24
PV15	0:-1:0	4,09	4,09	0,74	0,74	21,7	2	255	255	-	>19,6
PV16	1:0:0	4,09	4,09	0,74	0,74	21,7	2	255	255	2,07	4,12
PV17	0:-1:0	4,09	4,09	0,74	0,74	18,6	2	255	255	-	21,3
PV18	1:0:0	6,35	2,67	1,79	0,32	19,5	2	431	412	2	>3,04
PV19	1:0:0	6,35	4,01	1,79	0,71	19	2,2	458	299	2,07	3,95
PV20	1:0:0	6,35	4,47	1,79	0,89	19,6	2,15	460	297	2,21	4,26
PV21	1:0:0	6,35	5,41	1,79	1,3	19,5	1,8	458	302	2,35	5,03
PV22	1:0:0	6,35	5,87	1,79	1,52	19,6	1,8	458	420	2,42	6,07
PV23	1:-0,39:-0,39	6,35	6,35	1,79	1,79	20,5	2	518	518	3,73	8,87
PV24	1:-0,83:-0,83	6,35	6,35	1,79	1,79	23,8	2	492	492	4,97	>7,94
PV25	1:-0,69:-0,69	6,35	6,35	1,79	1,79	19,2	1,9	466	466	4,14	9,12
PV26	1:0:0	6,35	4,7	1,79	1,01	21,3	1,8	456	463	2	5,41
PV27	1:0:0	6,35	6,35	1,79	1,79	20,5	1,9	442	442	2,04	6,35
PV28	1:0,32:0,32	6,35	6,35	1,79	1,79	19	1,85	483	483	1,66	5,8
PV29	1:-0,29:-0,29	6,35	4,47	1,79	0,89	21,7	1,8	441	324	2,21	5,87
PV30	1:0:0	6,35	4,7	1,79	1,01	19,1	1,9	437	472	1,55	>5,13

Tabela 2 – Série 2: Painéis ensaiados por Bhide e Collins em 1989. Fonte: Souza, 2016.

Elemento	Carregamento (f_{xy} , f_x , f_y)	ϕ_x (mm)	ϕ_y (mm)	ρ_x (%)	ρ_y (%)	f_c (MPa)	ε_0 (10^{-3})	f_{yx} (MPa)	f_{yy} (MPa)	τ fissu- ração (MPa)	τ ruína (MPa)
PB11	1:0:0	6	0	1,09	0	25,9	2	433	0	1,19	1,27
PB12	1:0:0	6	0	1,09	0	23,1	1,5	433	0	1,32	1,53
PB4	1:1:0	6	0	1,09	0	16,4	1,9	423	0	0,81	1,16
PB6	1:1:0	6	0	1,09	0	17,7	1,9	425	0	0,85	1,15
PB7	1:1,9:0	6	0	1,09	0	20,2	2,2	425	0	0,74	0,86
PB8	1:3:0	6	0	1,09	0	20,4	2	425	0	0,52	0,79
PB10	1:5,9:0	6	0	1,09	0	24	1,9	433	0	0,31	0,56
PB15	1:0:0	6	0	2,02	0	38,4	3,2	485	0	1,8	1,96
PB16	1:2:0	6	0	2,02	0	41,7	3,2	502	0	0,98	1,45
PB14	1:3:0	6	0	2,02	0	41,1	2,8	489	0	0,78	1,54
PB17	1:5,9:0	6	0	2,02	0	41,6	3,1	502	0	0,54	1,22
PB18	1:0:0	6	0	2,2	0	25,3	2,2	402	0	1,62	1,7
PB19	1:1:0	6	0	2,2	0	20	1,9	411	0	1,23	1,28
PB20	1:2:0	6	0	2,2	0	21,7	1,9	424	0	0,94	1,42
PB28	1:2:0	6	0	2,2	0	22,7	2	426	0	0,84	1,53
PB21	1:3,1:0	6	0	2,2	0	21,8	1,8	402	0	0,73	1,42
PB22	1:6,1:0	6	0	2,2	0	17,6	2	433	0	0,44	1,03
PB29	1:2:0	6	0	2,02	0	41,6	2,6	496	0	0,75	1,49
PB30	1:3:0	6	0	2,02	0	40,4	2,6	496	0	0,74	1,48
PB31	1:5,9:0	6	0	2,02	0	43,4	3	496	0	0,44	1,15

Tabela 3 – Série 3: Painéis ensaiados por Vecchio, Collins e Aspiotis em 1994. Fonte: Souza, 2016.

Elemento	Carregamento (f_{xy} , f_x , f_y)	ϕ_x (mm)	ϕ_y (mm)	ρ_x (%)	ρ_y (%)	f_c (MPa)	ε_0 (10^{-3})	f_{yx} (MPa)	f_{yy} (MPa)	τ fissuração (MPa)	τ ruína (MPa)
PHS1	1:0:0	8	5,72	3,23	0	72,2	2,68	606	521	2,54	2,95
PHS2	1:0:0	8	5,72	3,23	0,41	66,1	2,48	606	521	1,94	6,66
PHS3	1:0:0	8	5,72	3,23	0,82	58,4	2,44	606	521	2,28	8,19
PHS4	1:0,25:0,25	8	5,72	3,23	0,82	68,5	2,6	606	521	2,39	6,91
PHS5	1:0,25:0,25	8	5,72	3,23	0,41	52,1	2,58	606	521	1,62	4,81
PHS6	1:-0,25:-0,25	8	5,72	3,23	0,41	49,7	2,25	606	521	2,25	9,89
PHS7	1:-0,25:-0,25	8	5,72	3,23	0,82	53,6	2,1	606	521	2,25	10,26
PHS8	1:0:0	8	5,72	3,23	1,24	55,9	2,17	606	521	2,15	10,84
PHS9	1:-0,25:-0,25	8	5,72	3,23	0,41	56	2,68	606	521	2,22	9,37
PHS10	1:0,25:0,25	8	5,72	3,23	1,24	51,4	2,45	606	521	2,13	8,58
PA1	1:0:0	5,72	5,72	1,65	0,82	49,9	2,09	522	522	2,19	6,34
PA2	1:0:0	5,72	5,72	1,65	0,82	43	1,99	522	522	1,88	6,22

Tabela 4 – Série 4: Painéis ensaiados por Pang e Hsu em 1995. Fonte: Souza, 2016.

Elemento	Carregamento (f_{xy} , f_x , f_y)	ϕ_x (mm)	ϕ_y (mm)	ρ_x (%)	ρ_y (%)	f_c (MPa)	ε_0 (10^{-3})	f_{yx} (MPa)	f_{yy} (MPa)	τ fissuração (MPa)	τ ruína (MPa)
A1	1:0:0	10	10	0,596	0,596	42,2	2,13	444	444	-	2,27
A2	1:0:0	15	15	1,193	1,193	41,2	2,1	462	462	-	5,37
A3	1:0:0	20	20	1,789	1,789	41,6	1,94	446	446	-	7,65
A4	1:0:0	25	25	2,982	2,982	42,4	2,2	469	469	-	11,31
B1	1:0:0	15	10	1,193	0,596	45,2	2,15	462	444	-	3,96
B2	1:0:0	20	15	1,789	1,193	44	2,35	446	462	-	6,13
B3	1:0:0	20	10	1,789	0,596	44,9	2,15	446	444	-	4,35
B4	1:0:0	25	10	2,982	0,596	44,7	2,05	469	444	-	5,06
B5	1:0:0	25	15	2,982	1,193	42,8	2,2	469	462	-	7,15
B6	1:0:0	25	20	2,982	1,789	42,9	2,2	469	446	-	9,14

Tabela 5 – Série 5: Painéis ensaiados por Xie em 2009. Fonte: Souza, 2016.

Elemento	Carregamento (f_{xy} , f_x , f_y)	ϕ_x (mm)	ϕ_y (mm)	ρ_x (%)	ρ_y (%)	f_c (MPa)	ε_0 (10^{-3})	f_{yx} (MPa)	f_{yy} (MPa)	τ fissuração (MPa)	τ ruína (MPa)
PL4	-2,8:1:0	8	4	1,649	0,1934	43,1	2,31	604	529	3,41	4,81
PL1	-2:1:0	8	4	1,571	0,1842	38,5	1,89	604	529	3,84	4,31
PL2	-1:1:0	8	4	1,582	0,1855	38,2	2,1	604	529	2,36	3,21
PL5	0:1:0	8	4	1,575	0,1847	38,1	1,89	604	529	1,747	3,21
PL3	1:1:0	8	4	1,571	0,1842	42	2,27	604	529	1,186	3,04
PL6	3:1:0	8	4	1,584	0,1857	43,5	2,15	604	529	0,754	2,47

Tabela 6 – Estimativa resistência ao cisalhamento de painéis de concreto a partir de três diferentes teorias de membrana.

Séries	MODELO	CFT	MCFT	STM
1	Média	0,86	0,93	0,93
	Desvio Padrão	0,19	0,17	0,18
	Coefficiente de Variação	0,22	0,18	0,20
2	Média	0,71	0,92	0,70
	Desvio Padrão	0,26	0,11	0,21
	Coefficiente de Variação	0,37	0,12	0,29
3	Média	0,86	0,94	0,90
	Desvio Padrão	0,10	0,08	0,09
	Coefficiente de Variação	0,12	0,09	0,10
4	Média	1,06	1,13	1,11
	Desvio Padrão	0,05	0,06	0,10
	Coefficiente de Variação	0,05	0,06	0,09
5	Média	0,91	0,99	0,86
	Desvio Padrão	0,20	0,22	0,23
	Coefficiente de Variação	0,22	0,22	0,27

são apresentadas as curvas de tensão de cisalhamento-distorção obtidas da rotina computacional para o painel PV20 da Série 1, em comparação com a curva obtida experimentalmente por Vecchio e Collins (1986).

A partir dos resultados apresentados na Tabela 6, conclui-se que a Teoria do Campo de Compressão Modificada – MCFT e o Modelo de Treliça Flexibilizado – STM representaram com melhor exatidão a resistência ao cisalhamento dos painéis. Exceção se faz para os painéis da série 4, submetidos a cisalhamento puro, nos quais a previsão pela Teoria do Campo de Compressão – CFT apresentou maior exatidão na representação das resistências ao cisalhamento obtidas do ensaio. Para os painéis da série 5, a Teoria do Campo de Compressão também apresentou boa precisão pelo fato dos painéis dessa série aproximarem-se do comportamento de vigas. Por outro lado, os painéis da Série 2 foram os que apresentaram resultados menos precisos pela Teoria do Campo de Compressão. Isto pode ser explicado porque esta teoria não prevê os efeitos complementares ao de treliça na resistência ao cisalhamento, tais como o intertravamento de agregados e o efeito pino causado pelas armaduras. Desta forma, como os painéis dessa série não têm armadura na direção transversal, a ruptura, segundo essa teoria, se dá quando o concreto físsura, visto que, após a fissuração, as tensões principais de tração são resistidas pelas armaduras transversais e longitudinais. Como não há armadura transversal neste caso, não há como as tensões de cisalhamento na direção principal de tração serem suportadas apenas pelas armaduras longitudinais.

Com relação aos resultados do Modelo de Treliça Flexibilizado, observa-se que, com exceção dos painéis das séries 2 e 5, essa teoria apresentou resultados próximos àqueles obtidos pela Teoria do Campo de Compressão Modificada, visto que ambas as teorias foram desenvolvidas para aplicação a painéis de concreto armado. Porém, a teoria que apresentou maior precisão na avaliação dos resultados experimentais, isto é, menor coeficiente de variação da razão $\tau_{\text{max,calc.}}/\tau_{\text{max,exp.}}$, foi a Teoria do Campo de Compressão Modificada. Esta teoria tem uma formulação bastante distinta daquela elaborada por Hsu (1993) no Modelo de Treliça Flexibilizado. Contudo, o grande diferencial da Teoria do Campo de Compressão Modificada está na previsão da abertura de fissuras realizada por este modelo. Neste caso, o procedimento de *Crack Checking* aplicado nessa teoria mostra-se bastante eficaz para se determinar o valor máximo da tensão de tração atuante no concreto, tendo em vista o processo de fissuração e a atuação de tensões locais de compressão e de cisalhamento nas fissuras. O Modelo de Treliça Flexibilizado não considera a previsão de abertura de fissuras.

3 Vigas de concreto armado com e sem armadura transversal

Além da análise de painéis de concreto armado, a partir de ensaios realizados por García (2002) e por Roller e Russell (1990), foi analisada a aplicação da MCFT para estimativa da resistência à força cortante de vigas de concreto armado submetidas à flexão simples. Para isso foi desenvolvida uma rotina computacional baseada em Collins *et al.* (1996). Neste artigo, de forma geral, os autores desenvolvem um método analítico para análise da resistência à força cortante de vigas de concreto, com e sem armadura transversal, baseado na teoria do MCFT.

A resistência à força cortante de vigas é estimada por meio da Equação 15, que, por sua vez, separa a resistência ao cisalhamento da viga em três parcelas, sendo a parcela V_c resistida pelo concreto e as parcelas V_s e V_p resistidas pelas armaduras transversais e ativas, respectivamente. Para as vigas analisadas neste trabalho, não houve utilização de armadura ativa,

$$V_n = V_c + V_s + V_p = \beta \sqrt{f_c'} b_v d_v + \frac{A_{vf} f_y}{s} d_v \cot \theta + V_p \quad (15)$$

$$\beta = \frac{0,33 \cot \theta}{1 + \sqrt{500 \varepsilon_1}} \leq \frac{0,18}{0,3 + \frac{24w}{a+16}} \quad (16)$$

$$w = \frac{1}{\frac{\sin \theta}{d_v} + \frac{\cos \theta}{s}} \varepsilon_1 \quad (17)$$

Na Equação 15, β é um fator que determina o valor da abertura de fissuras e é diretamente proporcional à parcela de resistência do concreto ao cisalhamento. À medida que o carregamento na viga aumenta, o valor de θ decresce para que a viga encontre o equilíbrio sob cisalhamento, o que contribui para o aumento do fator β . Contudo, com o surgimento das fissuras, o valor de ε_1 aumenta. Quando o valor de β torna-se maior ou igual que o valor definido pela expressão à direita da desigualdade na Equação 16, este fator passa a ser definido por esta expressão. Desta forma, o valor de β torna-se decrescente, fazendo com que o concreto atinja seu valor máximo na parcela de resistência ao cisalhamento, tornando o valor desta parcela decrescente até a ruptura da viga. Na Equação 16 a é o diâmetro máximo dos agregados graúdos utilizados; b_v e d_v são, respectivamente, a largura e a altura útil da viga. Na Equação 17 define-se o valor da largura média das fissuras, representado por w , onde 's' é o espaçamento entre estribos.

3.1 Vigas ensaiadas por García (2002)

García (2002) ensaiou duas séries de vigas de concreto armado com mesmas dimensões e taxa de armadura transversal, variando a resistência do concreto. Na Tabela 7 estão indicadas as características dos materiais empregados nas vigas, bem como informações sobre a armadura das vigas e a força cortante máxima obtida nos ensaios. Na Figura 3 são mostradas a seção transversal das vigas, suas dimensões e o esquema de ensaio utilizado.

Na Tabela 8 é mostrada a força cortante máxima resistida pelas vigas no ensaio, $V_{max,exp}$, bem como o valor da força cortante calculado a partir da rotina baseada no MCFT $V_{max,calc}$. O ângulo θ representa o ângulo da biela comprimida, obtida da rotina computacional, no instante em que ocorre a ruptura da viga. Por se tratar de um modelo onde o ângulo é variável, este parâmetro diminui à medida que a força aplicada na viga aumenta. Na rotina computacional desenvolvida considerou-se um ângulo mínimo de 20° como critério de ruptura, pois, caso não se limitasse este parâmetro seria possível encontrar convergência para ângulos menores. Porém, sabe-se que, na realidade, tal resultado seria incoerente com os resultados encontrados em ensaios de vigas submetidas à força cortante.

Há que se ressaltar que, em todas as vigas listadas na Tabela 8, as armaduras transversais escoaram, comprovando a ruína na armadura transversal, como observado nos ensaios. Na Tabela 8, os valores de V_c

e V_s são os valores da força cortante resistidos apenas pelo concreto e apenas pela armadura transversal, respectivamente.

O valor médio da razão $V_{max,calc} / V_{max,exp}$ da Tabela 8 mostra que o modelo analítico apresentado por Collins *et al.* (1996) apresentou uma precisão razoável para estimativa da resistência desse grupo de vigas, com diferença de cerca de 13% com relação ao valor médio. O coeficiente de variação apresentou um valor alto, de cerca de 31%, mostrando baixa precisão do modelo, com alta dispersão. Uma das razões para tal imprecisão pode estar na escolha do parâmetro β da Equação 16. Assim, de forma a não se admitir grandes aberturas de fissuras, é preciso limitar o valor do parâmetro β ao valor máximo admitido na Equação 16.

Outro resultado apresentado na Tabela 8 refere-se aos valores das parcelas de V_c e V_s . Verifica-se uma melhor precisão e exatidão na determinação da parcela de V_c (média igual a 0,68 com coeficiente de variação de 0,15) em comparação aos valores da parcela V_s (média igual a 1,78 com coeficiente de variação de 0,99). Tais resultados são devidos à baixa taxa de armadura transversal nas vigas ensaiadas e ao ângulo da biela do modelo analítico ser menor que o valor observado por García (2002) nos ensaios.

No intuito de realizar uma comparação dos resultados obtidos pelo modelo analítico com modelos normativos, diversos critérios de normas nacionais e internacionais foram utilizados para avaliar a

Tabela 7 – Dados das vigas ensaiadas por García em 2002.

Viga	d_x (mm)	d_y (mm)	ρ_{sx} (%)	ρ_{sy} (%)	f_{ck} (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	f_{yx} (MPa)	f_{yy} (MPa)	d_v (m)	b_w (m)	V_{max} (kN)	s (m)
1R	20	0	2,60	0,00	70,2	3,24	546	0	0,403	0,15	133,0	0,00
2	20	6,3	2,60	0,3	70,3	4,27	546	390	0,403	0,15	272,0	0,14
3	20	6,3	2,60	0,22	71,3	4,03	546	390	0,403	0,15	285,0	0,19
4	20	3,4	2,58	0,15	71,3	4,26	546	760	0,406	0,15	240,0	0,08
5	20	3,4	2,58	0,10	71,3	4,26	546	760	0,406	0,15	202,5	0,12
6	20	3,4	2,58	0,08	67,1	4,53	546	760	0,406	0,15	185,0	0,16
7	20	3,4	2,58	0,06	67,1	4,53	546	760	0,406	0,15	108,5	0,20
8R	16	0,0	1,95	0,00	32,0	2,01	520	0	0,413	0,15	90,0	0,00
9	16	3,4	1,95	0,10	32,0	2,01	520	710	0,413	0,15	127,0	0,12
10	16	3,4	1,95	0,08	37,5	2,00	520	710	0,413	0,15	156,1	0,15
11	16	3,4	1,95	0,07	37,5	2,00	520	710	0,413	0,15	115,0	0,18
12	16	3,4	1,95	0,06	37,3	2,13	520	710	0,413	0,15	80,0	0,21
13	16	3,4	1,95	0,05	37,3	2,13	520	710	0,413	0,15	90,0	0,24
14	16	3,4	1,90	0,05	42,6	2,23	520	710	0,424	0,15	60,0	0,24

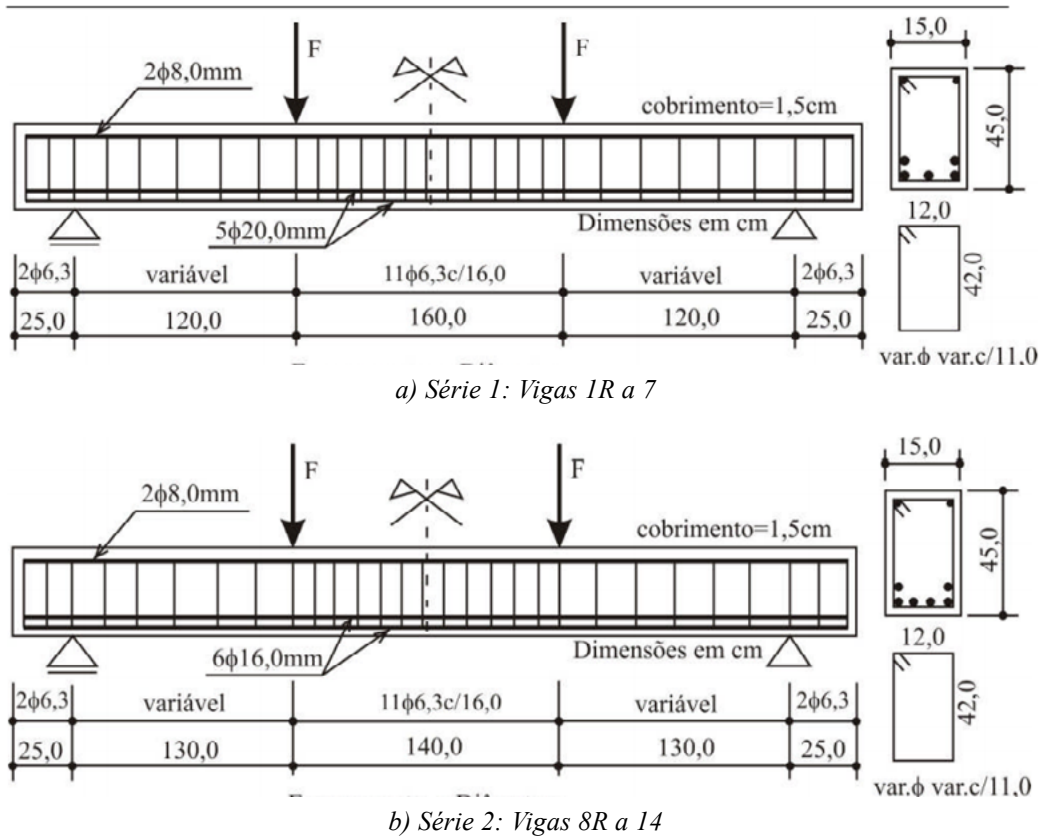


Figura 3 – Detalhes das vigas ensaiadas por García em 2002. Fonte: Muniz, 2007.

Tabela 8 – Resultados obtidos para as vigas ensaiadas por García em 2002.

Viga	$V_{max,exp}$ (kN)	$V_{max,calc}$ (kN)	$\frac{V_{max,calc}}{V_{max,exp}}$	θ (Graus)	$V_{c,exp}$ (kN)	$V_{s,exp}$ (kN)	$V_{c,calc}$ (kN)	$V_{s,calc}$ (kN)
1R	133	63,81	0,48	45,00	133	0	63,81	0,00
2	272	224,8	0,83	20,01	90	182	67,74	192,2
3	285	165,9	0,58	20,00	110	175	68,21	141,7
4	240	244,9	1,02	20,00	100	140	68,71	192,4
5	202,5	163,3	0,81	20,01	100	102,5	68,71	128,2
6	185	124,5	0,67	35,52	100	85	66,71	49,05
7	108,5	107,6	0,99	36,31	80	28,5	66,71	38,02
8R	90	44,01	0,49	45,00	90	0	44,01	0,00
9	127	159,8	1,26	20,00	60	67	46,95	121,9
10	156,1	121,8	0,78	20,01	70	86,1	50,72	97,48
11	115	101,4	0,88	20,01	70	45	50,72	81,24
12	80	87,02	1,09	20,03	70	10	50,6	69,55
13	90	78,62	0,87	36,68	70	20	50,6	29,71
14	60	83,61	1,39	36,74	-	-	55,39	30,5
MÉDIA			0,87					
DESVIO PADRÃO			0,27					
COEF. VARIAÇÃO			0,31					

resistência à força cortante das vigas ensaiadas por García (2002). Neste sentido, foram utilizadas as equações de dimensionamento das seguintes normas: ABNT NBR 6118:2014, norma americana ACI-318 de 2019, EC2-1-1 de 2002, código modelo do CEB 90, BS 8110 de 1997, CSA A23.3 de 1994 e n AS-3600. Vale ressaltar que nas normas em que a escolha de um ângulo da biela comprimida era necessária para previsão da força cortante, foram utilizados os valores obtidos da rotina computacional e mostrado na Tabela 8. A exceção é o modelo 1 da ABNT NBR 6118:2014, que adota valor constante para a biela comprimida igual a 45°, e o modelo 2 da ABNT NBR 6118:2014 que limita o ângulo da biela a 30°. Na Tabela 9 é mostrada a relação entre a resistência à força cortante prevista pelas equações de norma e a força cortante máxima resistida no ensaio. Os valores são apresentados em termos de média, desvio padrão e coeficiente de variação dessa relação. Vale ressaltar, também, que para aplicação das equações normativas foram usados os valores médios para a resistência dos materiais e os coeficientes de ponderação das resistências no estado limite último foram tomados com valores unitários.

Os resultados da Tabela 9 mostram que as CSA A23.3 de 1994 e BS 8110 de 1997 foram as que representaram com maior precisão a força cortante máxima registrada no ensaio. Vale ressaltar que a norma canadense tem seu embasamento teórico na Teoria do Campo de Compressão Modificada, teoria já comprovada como eficaz na previsão da resistência à força cortante de painéis de concreto armado, porém, adota valores tabelados para a biela comprimida em função da taxa de armadura longitudinal. O Europeia EC2-1-1 de 2002 apresentou o menor desvio padrão em relação aos valores experimentais, porém, com valor médio cerca de 50% da resistência observada nos ensaios. Com relação à precisão dos modelos normativos, todos apresentaram dispersão semelhante com coeficiente de variação entre 30% e 38%.

Especificamente com relação aos modelos indicados ABNT NBR 6118:2014, observa-se que a melhor precisão foi alcançada pelo modelo 2 de cálculo com o ângulo da biela comprimida igual a 30°. Neste caso, os resultados obtidos para esse modelo de cálculo são muito próximos dos valores obtidos pela rotina computacional implantada. O modelo 1 de cálculo indicado na ABNT NBR 6118:2014 apresentou resultados cerca de 27% inferiores aos valores de resistência à força cortante registrados no ensaio.

3.2 Vigas ensaiadas por Roller e Russell (1990)

Roller e Russell (1990) ensaiaram duas séries de vigas de concreto armado, cada uma contendo cinco vigas de dimensões constantes, variando-se apenas as taxas de armadura transversal e longitudinal. O vão de cisalhamento, a/d , adotado nos ensaios era igual a 2,5 e 3 na primeira e na segunda série de ensaios, respectivamente. O vão das vigas era de aproximadamente 2,79 m para a primeira série de vigas e de 4,57 m para a segunda série. Na Tabela 10 são mostrados maiores detalhes e as principais características dos materiais utilizados nas vigas. Há que se ressaltar que, na viga 5, os autores utilizaram dois tipos de armadura longitudinal, sendo utilizadas 12 barras com diâmetro de 32,3 mm e quatro barras com diâmetro de 35,8 mm. Todas as vigas tinham agregado graúdo com diâmetro máximo de 12,7 mm.

Na Tabela 11 são mostrados os resultados da avaliação da resistência à força cortante das vigas ensaiadas por Roller e Russell (1990) pela rotina computacional. Neste caso, nota-se uma menor exatidão da rotina computacional quando comparada às vigas ensaiadas por García (2002). Isso decorre dos altos diâmetros utilizados nas armaduras longitudinais das vigas em questão, que teve influência significativa nos resultados experimentais devido ao efeito pino,

Tabela 9 – Comparação dos resultados das vigas ensaiadas por García em 2002 com critérios de diversas normas.

Norma	Média	Desvio Padrão	Coeficiente de Variação
NBR 6118 (2014) – Modelo 1	0,73	0,24	0,32
NBR 6118 (2014) – Modelo 2	0,85	0,25	0,29
ACI 318 (2019)	0,80	0,28	0,35
EC2-1-1 (CNE, 2002)	0,52	0,20	0,38
CEB (1990)	1,10	0,33	0,30
BS 8110 (1997)	1,02	0,32	0,31
CSA A23.3 (1994)	1,00	0,32	0,31
AS-3600 (1999)	1,11	0,33	0,30
ROTINA COMPUTACIONAL	0,87	0,27	0,31

fato não considerado nas teorias desenvolvidas para membranas de concreto. De forma geral, quanto maiores as taxas de armadura longitudinal nas vigas, maior é a dispersão observada. No caso dessas vigas, não foi possível realizar uma comparação das parcelas V_c e V_s , uma vez que tais informações não foram relatadas pelos autores do experimento das vigas.

Da mesma forma que nas vigas ensaiadas por García (2002), foi realizada a comparação da força

cortante máxima registrada nas vigas ensaiadas por Roller e Russel (1990) com as equações de dimensionamento de normas, Tabela 12. Neste caso, o modelo 1 de cálculo da ABNT NBR 6118:2014 e o critério da norma americana ACI 318 de 2019 foram os mais precisos. Vale ressaltar que ambas as normas consideram um ângulo de 45° para o ângulo das bielas comprimidas, valor superior ao encontrado na rotina computacional e nas demais normas consideradas.

Tabela 10 – Dados das vigas ensaiadas por Roller e Russell (1990).

Viga	ρ_{sx} (%)	ρ_{sy} (%)	d_x (mm)	d_y (mm)	f_{ck} (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	f_{vx} (MPa)	f_{vy} (MPa)	q_x	d_v (m)	b_w (m)	s (m)
1	1,65	0,07	32,3	6	120,11	4,48	472,29	406,65	4	0,559	0,356	0,22
2	3,03	0,43	35,8	12,7	120,11	4,48	430,92	448,16	6	0,559	0,356	0,17
3	4,55	0,88	35,8	15,9	120,11	4,48	430,92	457,81	9	0,559	0,356	0,13
4	6,07	1,25	35,8	15,9	120,11	4,48	430,92	457,81	12	0,559	0,356	0,09
5	6,96	1,76	32,3	15,9	120,11	4,48	472,29	457,81	12(35,8) + 4(32,3)	0,559	0,356	0,06
6	1,73	0,08	35,8	9,5	72,39	4,21	464,08	445,05	6	0,762	0,457	0,38
7	1,88	0,16	32,3	9,5	72,39	4,21	483,18	445,05	8	0,762	0,457	0,20
8	1,88	0,08	32,3	9,5	125,27	5,63	483,18	445,05	8	0,762	0,457	0,38
9	2,35	0,16	32,3	9,5	125,27	5,63	483,18	445,05	10	0,762	0,457	0,20
10	2,89	0,23	35,8	9,5	125,27	5,63	464,08	445,05	10	0,762	0,457	0,13

Tabela 11 – Resultados obtidos para as vigas ensaiadas por Roller e Russell (1990).

Viga	$V_{max,exp}$ (kN)	$V_{max,calc}$ (kN)	$\frac{V_{max,calc}}{V_{max,exp}}$	θ (Graus)
1	298	346	1,16	40,2
2	1099	1146	1,04	20,0
3	1657	2379	1,44	20,0
4	1943	3434	1,77	20,0
5	2237	4837	2,16	20,0
6	665	404	607	20,0
7	787	770	977	20,0
8	482	476	987	39,5
9	749	796	1063	20,0
10	1171	1173	1001	20,0
Média			1,22	
Desvio Padrão			0,45	
Coefficiente de Variação			0,37	

Novamente, essa discrepância deve estar relacionada à alta taxa de armadura longitudinal usada pelos autores dessa série de ensaios.

4 Conclusões

O estudo apresentado neste trabalho mostra uma grande variabilidade dos parâmetros que influenciam a resistência de elementos de membrana em concreto armado. No caso dos painéis de concreto armado, a Teoria do Campo de Compressão Modificada apresentou os melhores resultados. Em contrapartida, a Teoria do Campo de Compressão, apesar de não ser uma teoria dedicada à previsão da resistência de painéis, apresentou boa previsão da resistência de painéis com taxas e diâmetros maiores de armadura. O Modelo de Treliça Flexibilizado também mostrou excelente precisão na avaliação da resistência dos painéis analisados, comprovando que, mesmo sem previsão de abertura de fissuras, esta teoria, apesar de simples em relação ao MCFT, tem uma base extremamente bem formulada, comprovando-se bastante eficaz na previsão da resistência de painéis de concreto armado.

A partir da análise de vigas submetidas à força cortante pela teoria apresentada em Collins *et al.* (1996), baseada no MCFT, observou-se uma alta variabilidade na previsão da resistência à força cortante. Nas vigas ensaiadas por Garcia (2002), os resultados menos precisos foram encontrados nas vigas sem armadura transversal. Nestas, a teoria utilizada previu valores de resistência à força cortante menores que os resultados experimentais, mostrando a contribuição significativa de mecanismos complementares não previstos no modelo analítico para a resistência à força cortante de

vigas. Para o caso das vigas com armadura transversal, o modelo analítico apresentou melhor exatidão, com diferença média de 13% em relação aos resultados experimentais. Da análise das vigas ensaiadas por Roller e Russel (1990), observa-se maior variabilidade na previsão da resistência à força cortante para as vigas com alta taxa de armadura longitudinal, comprovando a influência significativa do efeito pino da armadura longitudinal em elementos lineares de concreto armado.

Por fim, vale ressaltar a diferença significativa observada entre os valores de resistência à força cortante das vigas previstos pelas diferentes normas de projeto de estruturas de concreto. No caso de vigas com baixas taxas de armadura transversal, a previsão mais exata foi obtida por meio da CSA A23.3 de 1994 e BS 8110 de 1997. A ABNT NBR 6118:2014 mostrou-se conservadora, com uma diferença em relação aos valores experimentais que variaram de 27% a 23% quando se utiliza o modelo 1 ou modelo 2 de cálculo, respectivamente. Para as vigas com maiores taxas de armadura longitudinal, devido à importância do efeito pino da armadura longitudinal, o modelo 1 de cálculo da ABNT NBR 6118:2014 e o critério da norma americana ACI 318 de 2005, ambos com ângulo da biela comprimida igual a 45°, foram os que previram com melhor precisão a resistência à força cortante das vigas de concreto armado.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pela concessão de bolsa por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), disponibilizada para o desenvolvimento deste trabalho.

Tabela 12 – Comparação dos resultados das vigas ensaiadas por Roller e Russell (1990) com critérios de diversas normas.

Norma	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação
NBR 6118 (2014) – Modelo 1	1,00	0,36	0,36
NBR 6118 (2014) – Modelo 2	1,23	0,28	0,23
ACI 318 (2019)	1,00	0,31	0,31
EC2-1-1 (CNE, 2002)	0,44	0,31	0,70
CEB (1990)	1,49	0,32	0,22
BS 8110 (1997)	1,43	0,32	0,22
CSA A23.3 (1994)	1,40	0,32	0,23
AS-3600 (1999)	1,47	0,33	0,22
ROTINA COMPUTACIONAL	1,22	0,45	0,37

Referências Bibliográficas

- ACI Committee 318, “Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary (ACI 318R-19),” American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2019, 623 pp.
- ANDRADE JR, J. P. Projeto estrutural de vigas de concreto de alto desempenho. 1999. 180p. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – USP, São Carlos, 1999.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- BENTZ, Evan C. Sectional analysis of reinforced concrete members. 2000. Dissertation (Ph.D.)-University of Toronto, Department of Civil Engineering, 2000.
- BRITISH STANDARD (1997). Structural Use of Concrete – Part 1: Code of practice for design and construction (BS 810-1:1997).
- COLLINS, M. P., MITCHELL, D., ADEBAR, P., and VECCHIO, F. J. (1996). A general shear design method. *ACI Struct. J.*, 93(1), 36–45, 1996.
- COLLINS, Michael P.; VECCHIO, Frank J. The Modified Compression-Field Theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI Journal* 83, n. 2, p. 219-231, 1986.
- COLLINS, Michael P.; VECCHIO, Frank J.; MEHLHORN, Gerhard. Na international competition to predict the response of reinforced concrete panels. *Canadian Journal of Civil Engineering*, Ottawa, v. 12, n. 3, p. 626-644, 1985.
- COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1991). CEB-FIP Model Code. *Bulletin D’Information*, n. 204, July.
- EUROCODE 2 (1992). Design of concrete structures – Part I: General rules and rules for buildings. Brussels, CEN. 253p. (ENV 1992-1-1).
- GARCÍA, Sérgio L. G. Taxa de armadura transversal mínima em vigas de concreto armado. 2002. 222 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2002.
- HSU, Thomas T. C. Unified theory of reinforced concrete. Flórida: CRC Press, 1993.
- MUNIZ, Francesca C. Cisalhamento em vigas de concreto armado com e sem adição de fibras de aço: aplicação a pavimentos de edifícios. 2007. 230 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2007.
- ROLLER, John J.; RUSSEL, Henry G. Shear Strength of High-strength Concrete Beams with Web Reinforcement. *ACI Structural Journal*. v. 87, n. 2, mar-abr. 1990, p. 191-198.
- SOUZA, Rafael Alves. Análise e Dimensionamento de Elementos de Membrana em Concreto Estrutural. 1. ed. Maringá: Editora da Universidade Estadual de Maringá, p. 312, 2016.
- VECCHIO, Frank J.; COLLINS, Michael P. Response of Reinforced Concrete to in-plane Shear and Normal Stresses. Report n. 82-03, Universidade de Toronto, Toronto, Canadá, 1982.
- VECCHIO, Frank J.; COLLINS, Michael P. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. *ACI Journal*, v. 83, n. 2, p.219-231, 1986.